



Appunti di Fisica _I

Secondo semestre

Termodinamica

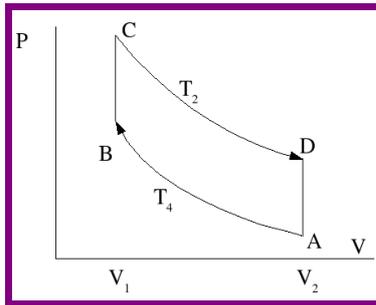
Macchine termiche

Sommario

Ciclo di Stirling.....	1
Ciclo di Otto.....	2
Ciclo Diesel.....	3

Ciclo di Stirling

Studiamo il rendimento di un ciclo costituito da due isoterme e due isocore. Le isoterme intercettano le isocore nei punti A,B e C,D. L'isoterma CD descrive una espansione a temperatura T_2 , l'isocora DA un raffreddamento reversibile fino a T_4 realizzato con una serie di sorgenti di temperatura via via piu' bassa, l'isoterma AB e' una compressione a T_4 , ed infine l'isocora BC appresenta un riscaldamento reversibile realizzato utilizzando in successione inversa la stessa serie di sorgenti di prima. Le trasformazioni a volume costante se le vogliamo reversibili, devono essere realizzate con una serie (infinita) di sorgenti; nel seguito esamineremo anche il caso in cui si impiegheranno solo due sorgenti, una a T_2 e l'altra a T_4 .



Nelle isocore non c'e' lavoro e pertanto il calore si trasforma in energia interna del gas, che cambia dello stesso valore assoluto. Il calore totale scambiato con ciascuna sorgente, lungo le due isocore, e' nullo, poiche' ciascuna sorgente riceve nella trasformazione DA quello che da nella BC. D'altra parte lungo le isoterme, dove l'energia interna resta costante, il calore si trasforma in lavoro,

$$\begin{aligned}\Delta U_{BC} &= nc_v(T_2 - T_4) \\ \Delta U_{DA} &= -nc_v(T_2 - T_4) \\ Q_2 = L_2 &= nRT_2 \log\left(\frac{V_D}{V_C}\right) > 0 \\ Q_4 = L_4 &= nRT_4 \log\left(\frac{V_B}{V_A}\right) < 0\end{aligned}$$

segue per il rendimento

$$1) \quad \eta = \frac{Q_2 + Q_4}{Q_2} = 1 + \frac{nRT_4 \log V_A/V_D}{nRT_2 \log V_C/V_B} = 1 - \frac{T_4}{T_2}$$



e' lo stesso rendimento del ciclo di Carnot.

Attenzione, non e' facile inventare una infinita serie di sorgenti tra T_4 e T_2 utilizzabili, sia per scaldare che per raffreddare!. Il ciclo potrebbe essere fatto con le trasformazioni *isocore irreversibili* semplicemente usando due sorgenti separate T_4 e T_2 . In questo caso dovremmo tener conto del calore ceduto alla sorgente T_4 per raffreddare il gas a volume costante ed il calore assorbito dalla sorgente T_2 per riscaldarlo lungo l'altra isocora.

La quantita' di calore da sommare a Q_2 e a Q_4 sono esattamente in modulo uguali, ma naturalmente di segno opposto, pari a $\Delta Q = nC_V(T_2 - T_4)$. Ora nella formula 1) ΔQ sparisce nel numeratore, ma resta nel denominatore e il rendimento e' piu' basso del ciclo di Carnot di riferimento, come ci si aspetta in una macchina irreversibile.

Ciclo di Otto

E' il ciclo e' approssimativamente quello utilizzato nei motori a benzina.

Una compressione AB della miscela (aria-benzina) tanto veloce che supporremo adiabatica. Un riscaldamento BC isocoro (scoppio) seguito da una espansione CD adiabatica reversibile.

Infine un raffreddamento isocoro DA a cui segue a pressione costante la espulsione dei prodotti di combustione ed una aspirazione della nuova miscela. Ai fini del ciclo trascuriamo queste due ultime isobare.

Si immagina di riscaldare con una sorgente a temperatura T_B (scoppio) e di raffreddare con acqua a T_D . Il calore Q_4 ceduto e' pari alla variazione della energia interna nella isocora DA e vale $Q_4 = nC_V(T_A - T_D)$, mentre quello assorbito in T_B e'

$Q_2 = nC_V(T_C - T_B)$ da cui il rendimento

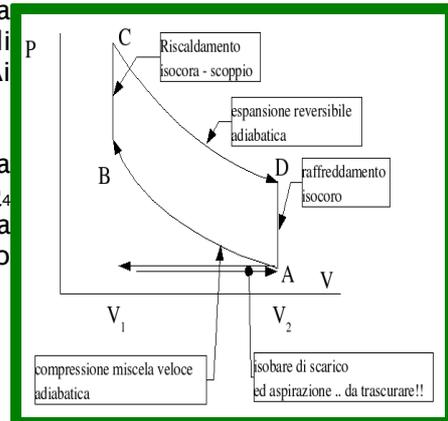
$$\eta = 1 + \frac{Q_4}{Q_2} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B}$$

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$$

$$T_D V_D^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1}$$

ricorda $V_C = V_D$ e $V_B = V_A$

$$\frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^{\gamma-1} = r^{\gamma-1}$$



2)



I parametri geometrici del motore (volumi) sono noti. Dobbiamo eliminare le temperature sfruttando il legame tra le temperature delle stessa adiabatiche e sapendo che $V_A=V_B$, $V_C=V_D$ si ricava il rendimento.

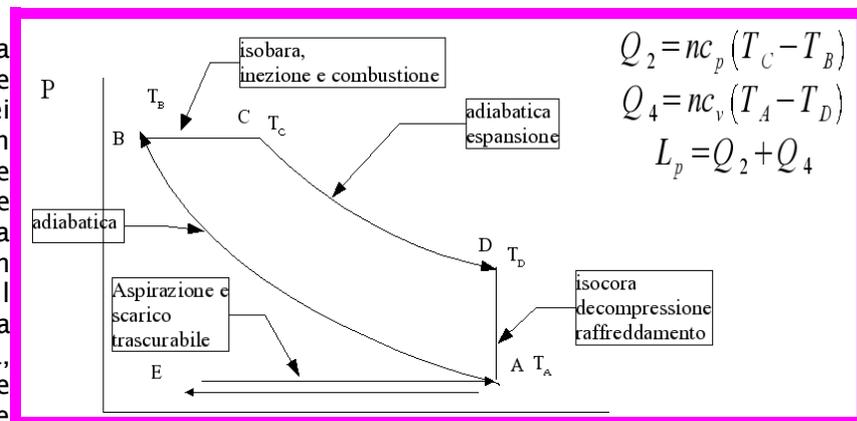
Nota: r e' il rapporto di compressione.

Il rendimento migliora con la compressione, ma attenzione poi il *motore batte in testa* poiche' la miscela scoppia anzi tempo!!! Con $r=7$ si ottengono rendimenti teorici del 54% ma in pratica, un motore reale va al 30%.

Si potrebbe paragonare questo rendimento con quello del ciclo di Carnot tra le temperature T_D e T_B !

Ciclo Diesel

Si parte con una aspirazione isobara che poi non influira' nei calcoli. Il ciclo inizia con una compressione adiabatica e reversibile AB, segue con una isobara BC reversibile in cui si immagina che il gas assorba calore dalla combustione spontanea, quindi il gas si espande con una trasformazione



CD adiabatica e reversibile, si chiude il ciclo con una isocora DA reversibile in cui il gas si decomprime cedendo il calore. La temperatura T_B e' la massima, mentre T_A e' quella minima di raffreddamento.

Quindi il calore viene assorbito nell'isobara tra le temperature T_B e T_C e viene ceduto nell'isocora passando dalle temperature T_D a T_A . Nel primo caso $Q_2=nc_p(T_C-T_B)$ ed e' maggiore di zero, nel secondo caso $Q_4=nc_v(T_A-T_D) < 0$.

Sono noti tutti i volumi dalla geometria del motore.

Il rendimento

$$4) \quad \eta = 1 + \frac{Q_4}{Q_2} = 1 + \frac{nc_v(T_A - T_D)}{nc_p(T_C - T_B)} = 1 - \frac{T_D - T_A}{\gamma(T_C - T_B)} = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{\frac{T_D}{T_A} - 1}{\frac{T_C}{T_B} - 1} \frac{T_A}{T_B}$$

Dobbiamo eliminare le temperature esprimendole in funzione di parametri noti, per esempio i volumi.

Tenendo conto delle trasformazioni adiabatiche ricaviamo T_D e T_A mentre della isobara BC calcoliamo il rapporto delle temperature T_B/T_C in funzione dei volumi.



$$T_D V_D^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1} \quad T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$$

ricorda $V_A = V_D$

5)

$$\frac{T_B}{T_C} = \frac{V_B}{V_C} \quad \text{sull'isobara e}$$

$$r_c = \frac{V_A}{V_B} \approx 15 \quad \text{fattore di compressione}$$

$$r_e = \frac{V_D}{V_C} \approx 5 \quad \text{fattore di espansione}$$

(con un po' di noia algebra!) ricavo i rapporti tra le temperature dalle adiabatiche e dalla isobara, sostituisco nella equazione del rendimento, sfrutto che $V_D = V_A$ e

$$\eta = 1 - \frac{1/r_e^\gamma - 1/r_c^\gamma}{\gamma(1/r_e - 1/r_c)}$$

e anche qui il rendimento dipende dalla compressione che puo' valere anche 15, il rapporto di espansione e' minore, circa 5. Il ciclo diesel e' piu' efficiente di quello di Otto poiche' il rapporto di compressione puo' essere molto piu' alto senza il pericolo di autocombustione, anzi e' quello che vogliamo!