



Appunti di Fisica _I Secondo semestre

Termodinamica Trasformazioni, lavoro e calore

Sommario

Lavoro ed il primo principio.....	1
Trasformazione isoterma.....	2
Trasformazione isobara.....	2
Trasformazioni adiabatiche.....	3
La forma della curva adiabatica reversibili.....	3
Sommario delle formule.....	5

Lavoro ed il primo principio

La formulazione del primo principio, vedi la 34.3, è:

$$1) \quad \Delta U = Q + L \quad \text{con } L = \int_A^B \frac{F}{\sigma} dV \approx - \int_A^B P dV$$

dove

- ΔU è la variazione della energia interna tra gli stati A e B, funzione della temperatura.
- Q è la quantità di calore scambiata lungo il cammino della trasformazione.
- L è il lavoro fatto dalle forze esterne sul sistema.

ed è proprio l'ultimo punto che vorrei ridiscutere meglio. Il lavoro fatto dalle forze esterne sul sistema si calcola, per esempio pensando ad un pistone, come il prodotto della forza esterna applicata al pistone per il suo spostamento. Se la trasformazione è reversibile, il fluido compresso passa per stati di equilibrio, e istante per istante, la pressione applicata dal gas sul pistone è tale da controbilanciare la forza esterna $F = -P\sigma$. Da qui nasce la nota relazione tra il lavoro e la pressione, cap.28.

Nel caso in cui volessimo usare, come del resto preferiscono altri autori, la definizione di lavoro che tiene conto solo della forza di pressione, dovremmo scrivere

$$2) \quad L_p = \int P dV \quad \Delta U = Q - L_p$$

Nota che se il pistone muovendosi, incontra attrito, parte dell'energia se ne va in riscaldamento del pistone e del contenitore e non in energia interna del gas.

Quindi la 1) è corretta se calcoli il lavoro usando le forze esterne e se consideri il sistema costituito dall'insieme gas, pistone e contenitore.

La 2) invece considera solo il lavoro fatto dalle forze di pressione e quindi si riduce al solo



sistema gas; questa formulazione più ingegneristica, viene usata quando l'attenzione è rivolta allo studio del lavoro che la macchina può fare verso l'esterno. è allora solo una questione di punto di vista?!

Noi, quando siamo interessati alle trasformazioni del sistema dovuto alle forze esterne, useremo la formulazione 1), mentre in altri casi, quando discuteremo le macchine termiche, applicheremo la 2). In ogni caso useremo il simbolo L per indicare il lavoro che le forze esterne fanno sul sistema, mentre L_p si riferirà sempre al lavoro delle forze di pressione. Nelle trasformazioni reversibili sarà sempre $L=-L_p$.

Trasformazione isoterma

Un gas è mantenuto a contatto termico con un termostato a temperatura costante T . Lo lasci espandere o lo comprimere, da un volume iniziale V_i ad uno finale V_f .

Ti chiedo di calcolare il lavoro delle forze esterne? Vista l'equazione di stato da cui ricavi $P = nRT/V$, la sostituisci nella formula del lavoro e integri

$$3) \quad L = -nRT \log \frac{V_f}{V_i} \quad \text{isoterma}$$

Poi ti chiedo la quantità di calore scambiato con la sorgente?

Ricordandoti che l'energia totale del sistema non varia, visto che T resta costante; dirai che $Q = -L$:

$$4) \quad Q = -L = nRT \log \frac{V_f}{V_i} \quad \text{Isoterma}$$

Trasformazione isobara

In una trasformazione a pressione costante quanto vale il lavoro e il calore scambiato?.

Immagina il gas in un contenitore cilindrico dotato di pistone. Il pistone ha un peso F ed è tenuto in equilibrio durante tutta la trasformazione dalla forza di pressione (nota: forza peso costante segue pressione costante).

Ora scaldi (raffreddi), (il tutto lentamente, ovvero attraverso stadi di equilibrio termodinamico!!!) la base del cilindro lasciando passare del calore: il volume varia, la temperatura varia e il lavoro è presto calcolato

$$5) \quad L = -P \Delta V = -P(V_f - V_i) \quad \text{Isobara}$$

e se conosci le due temperature iniziale e finale e tieni conto della equazione di stato

$$6) \quad L = -P \Delta V = -nR(T_f - T_i) \quad \text{isobara}$$



per il calore scambiato infine, ricordando il *calore specifico a pressione costante* e ricavando le temperature dalla equazione di stato:

$$7) \quad Q = n c_p (T_f - T_i) = n (c_v + R) (T_f - T_i)$$

o poteva essere calcolato per semplice differenza tra le variazioni dell'energia interna e il lavoro.

Trasformazioni adiabatiche

Qui il sistema non scambia calore con l'ambiente. La variazione dell'energia interna dipende solo dal lavoro fatto: $\Delta U = L$ e quindi in base alla 34.4:

$$8) \quad L = n c_v (T_f - T_i)$$

ovvero il lavoro si calcola in base alla differenza in temperatura tra i due stati, quello iniziale e finale della trasformazione.

Ma come varia T....

La forma della curva adiabatica reversibili

Sul piano di Clapeyron (P,V) le trasformazioni isocore sono rappresentate da linee verticali a $V = V_0$, o linee orizzontali se sono isobare, e infine da iperbole per le trasformazioni isoterme. Come possiamo rappresentare le adiabatiche?.

Per ricavare una relazione che lega due variabili di stato per esempio T e V, partiamo dalla semplice relazione 8) valida per tutte le adiabatiche. Secondo questa, per trasformazioni infinitesime (voglio dire: differenziando i due membri) il lavoro elementare si lega facilmente alla variazione elementare della temperatura:

$$9) \quad n c_v \Delta T = -P dV$$

poi dividendo per il volume elementare e sfruttando la solita equazione di stato dei gas, si ottiene in forma differenziale

$$n c_v \frac{dT}{dV} = -P = -\frac{nRT}{V} \quad \text{da cui}$$

$$\frac{dT}{T} = -\frac{R}{c_v} \frac{dV}{V} \quad \text{che integrando da}$$

$$\int \frac{dT}{T} = -\frac{R}{c_v} \int \frac{dV}{V} + \text{cost.} \quad \text{ovvero con } \frac{R}{c_v} = \gamma - 1$$

10)

nota $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ è il rapporto tra i calori specifici a pressione e a volume costanti

$$\log T + (\gamma - 1) \log V = \text{cost.}$$



nota $\gamma - 1$ dipende dal gas. (per una mole di gas perfetto $c_v = 3/2 R$, $c_p = 5/2 R$ da cui $\gamma = 5/3$).

Finalmente esponenziando

$$e^{\log T + (\gamma - 1) \log V} = e^{\text{cost.}}$$

$$11) \quad TV^{\gamma - 1} = C$$

la costante C può essere calcolata per un certo valore di T_0 e V_0 per cui avremo in generale

$$12) \quad TV^{\gamma - 1} = T_0 V_0^{\gamma - 1}$$

Ecco la 12) è l'equazione delle adiabatiche reversibili sul piano TV. Sfruttando ancora l'equazione di stato possiamo scrivere l'equazione delle adiabatiche in funzione di P,V e se fai due conti otterrai:

$$13) \quad PV^\gamma = \text{costante} = P_0 V_0^\gamma$$

che sul piano PV descrive delle curve simili alle isoterme, ma visto che il valore di γ è maggiore di 1, sono più ripide delle isoterme per V tendente a zero e tendono a zero più velocemente al crescere del volume.

Per capire meglio, sul piano P,V disegna una successione di isoterme separate da intervalli costanti in gradi e così potrai individuare per ciascun punto sul piano la temperatura corrispondente. Ora se comprimiamo adiabaticamente, il gas si scalda e allora scopri che il punto di riferimento sul piano P,V passa dalla regione delle curve isoterme più fredde a quella più calda, viceversa quando espandi vai da quella più calda a quella più fredda.

Ultima nota. *La formula vale solo per le trasformazioni reversibili*, infatti in un caso ben noto, espansione del gas nel vuoto (come nell'esperimento di Joule) il volume cambia, ma la temperatura resta costante. è una trasformazione adiabatica ed isoterma allo stesso tempo!. Ma certamente non reversibile, visto che fino ad oggi nessuno è riuscito a convincere il gas contenuto in uno dei due contenitori di Joule, a rientrare spontaneamente nell'altro contenitore attraverso il buchetto di passaggio!.



Sommario delle formule

$$PV = P_0 V_0 = \text{Cost.}$$

Isoterma

$$L = -nRT \log \frac{V_f}{V_i} \quad Q = -L = nRT \log \frac{V_f}{V_i} \quad \Delta U = 0$$

Isobara

$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0} = \text{Cost.}$$

$$L = -P(V_f - V_i) = -nR(T_f - T_i) \quad Q = n c_p (T_f - T_i) \quad \Delta U = n c_v (T_f - T_i)$$

Adiabatica

$$TV^{\gamma-1} = T_0 V_0^{\gamma-1} = \text{Cost.} \quad PV^\gamma = P_0 V_0^\gamma = \text{Cost.}$$

$$L = n c_v (T_f - T_i) \quad Q = 0 \quad \Delta U = n c_v (T_f - T_i)$$