

Note Lettura sui *Fluidi* consigliata
per integrare il corso di Fisica I

Note di Fluidodinamica:Flusso, Pressioni e

GmP 16.03.2010

23.1. La natura dei fluidi

La materia è organizzata in tre classi o fasi: i solidi, i liquidi ed i gas. In particolare qualsiasi materia si può presentare in natura, a seconda della temperatura, in una qualsiasi delle fasi su elencate. L'elemento discriminante è la forza intermolecolare che è attrattiva a grandi distanze e repulsiva a piccole distanze. Se la temperatura è sufficientemente bassa allora le molecole si agitano poco e si avvicinano attraendosi le una con le altre fino al punto in cui la forza repulsiva antagonista compensa la prima e le molecole finiscono con il bloccarsi in strutture rigide cristalline di notevole resistenza. Sono forme regolari dove i mattoni elementari stanno in posizione relative fisse che conferiscono alla struttura finale una solidità particolare. Sono anche strutture stabili in configurazioni microscopiche di minima energia e pertanto difficilmente modificabili a meno che non si intervenga con eventi esterni piuttosto estremi ed energeticamente dispendiosi.

Per esempio con un notevole aumento della temperatura, ovvero con un importante trasferimento di energia termica, le molecole del cristallo guadagnano tanta energia cinetica fino a riuscire ad abbandonare le posizioni loro assegnate nel reticolo cristallino e, pur rimanendo ancora densamente raggruppate perché ancora legate dalla forza di attrazione, risultano più indipendenti di prima. La materia allora appare liquida perché scorre e si adatta alla superficie di appoggio o al contenitore che la raccoglie, ma si mantiene ancora densa ed praticamente incompressibile.

All'aumentare ancora della temperatura le molecole rompono definitivamente i legami attrattivi e si allontanano abbastanza le une dalle altre conquistando una grande libertà. L'interazione tra le molecole adesso è ridottissima, e la materia di cui fanno parte si presenta con quell'aspetto gassoso che è caratteristico di una densità molto bassa ed una compressibilità piuttosto alta.

In conclusione possiamo dire che una sostanza è *solida* quando prevale l'energia di legame sulla energia termica (o cinetica) delle particelle, è un *gas* quando l'energia termica supera di gran lunga l'energia di legame e finalmente è *liquida* quando le due energie in gioco sono equivalenti.

I fluidi

I liquidi ed i gas hanno caratteristiche comuni: si adattano in forma ad un qualsiasi contenitore e superficie o *fluiscono* liberamente attorno ad ogni ostacolo senza problemi. Caratteristiche che hanno contribuito a catalogarli in una classe unica, la classe dei "*fluidi*", in contrapposizione ai solidi che hanno comportamenti meccanici piuttosto diversi:

Il solido *oppone altissima resistenza alla deformazione* e se viene deformato ritorna nella condizione iniziale, che ricorda bene, appena la

causa della deformazione cessa. Questa sua caratteristica ci spiega come un solido possa trasmettere attraverso la sua struttura rigida cristallina le sollecitazioni applicate su di una sua superficie esterna.

Per esempio premendo con la punta di un dito sulla superficie superiore di un cubetto, si esercita una forza che si trasmette praticamente inalterata, in intensità, direzione e senso, attraverso la materia sulla superficie di appoggio.

Il fluido, contrariamente al solido, *è una sostanza che non può reggere uno sforzo di taglio quando è in equilibrio*⁽¹⁾. Basta immergere la punta di un dito in un liquido e semplicemente tentare di spostare il liquido a destra o a sinistra! Il liquido fluisce attorno al dito e nulla si trasmette alle molecole lontane che al massimo si adattano alla nuova forma che il liquido assume per accomodare il volume occupato dal dito.

Dalla definizione si ricava una banale conseguenza e cioè che *le forze che agiscono su di un fluido attraverso una superficie (d'interfaccia) devono essere sempre perpendicolari alla superficie*.

(1) cioè liquido stabile, che non si muove, che non fluisce.

La pressione

Un fluido è costituito, microscopicamente, da un insieme enorme di molecole che si muovono incessantemente nello spazio urtandosi continuamente tra loro o rimbalzando sulla parete del contenitore che limita il volume disponibile. Il contenitore percepisce il continuo bombardamento molecolare in ogni punto della parete come una forza che preme verso l'esterno per aumentare il volume disponibile al fluido. Ricordando che un fluido non ammette forze di taglio, questa forza percepita è sempre perpendicolare alla parete o meglio è perpendicolare in ciascun punto all'elemento di superficie piana che meglio approssima la parete del contenitore.

Non è una sola forza, ma più correttamente dovremmo parlare di una distribuzione di forze orientate in tutte le direzioni possibili per agire su tutta la superficie del contenitore. Nel descrivere le caratteristiche macroscopicamente del fluido potremmo usare quelle forze, ma sarebbe un po' complicato e forse anche inutile. Molto meglio è definire la *pressione* (unità di misura Pascal) esercitata dal fluido su di una superficie come il rapporto tra l'intensità della forza percepita e l'elemento di superficie su cui la forza è applicata. Val la pena di notare che a differenza della forza, che è una grandezza vettoriale definita da una intensità, una direzione ed un senso, la pressione invece si esprime con un solo numero!.

Dalla pressione si risale alla intensità della forza con un procedimento inverso a quello di sopra: l'intensità della forza si calcola moltiplicando la pressione per la superficie dell'elemento in cui immaginiamo applicata la forza; poi, nota l'intensità, il vettore forza lo si ottiene banalmente mutuando la direzione e il senso dal versore che è normale alla superficie considerata. Quindi con un parametro "pressione" si descrive lo stato del nostro fluido, mentre le altre informazioni direzione e senso, quando necessarie, si derivano dalla geometria data del contenitore!

La pressione esiste anche all'interno del fluido?

Immaginiamo, trascurando per il momento gli effetti dovuti alla gravità, di inserire un palloncino gonfio all'interno di un vaso trasparente contenente un fluido. Il palloncino, come si può vedere, si deforma e in particolare si restringe come se una forza distribuita uniformemente e perpendicolarmente alla sua superficie lo stesse schiacciando, oppure si espande come se le forze interne del palloncino fossero superiori a quelle generate dal fluido. In ogni caso il palloncino si adatta finché riesce a bilanciare, deformandosi opportunamente, le *forze di pressione* esercitate dal fluido sulla sua superficie. Quindi la pressione, che deforma il nostro palloncino, è presente in ogni punto del fluido!

C'è un corollario importante come conseguenza di osservazioni più attente; poiché il palloncino è a simmetria sferica e rimane fermo là dove è messo e la sua deformazione è simmetrica ed isotropica, dobbiamo concludere che le forze che tendono a stringerlo sono distribuite uniformemente e perpendicolarmente su tutta la sua superficie. Quindi l' "effetto pressione" è lo stesso in ogni punto del palloncino, ovvero che *la pressione è di fatto la stessa in ogni punto del fluido*; infatti solo così si possono generare sugli elementi superficiali del palloncino di pari estensione, forze di uguale intensità. Immaginando un palloncino microscopico piccolo quasi come un punto, ma di dimensioni finite, allora le forze su quel "punto" non sono nulle, ma appariranno disposte a raggiera come gli aghi di un "riccio marino". Poiché ad ogni forza ne corrisponde una di pari intensità che punta nel senso opposto, la risultante è nulla e il "piccolo palloncino" resta fermo là dove si trova.

Vediamo qualche conseguenza. Si immagina un cilindro contenente un fluido, chiuso da una parte con un pistone mobile su cui premiamo con una forza data. Il volume diminuisce ed il fluido si deforma (pochissimo nel caso di un liquido ad altissima densità) fino a raggiungere una nuova pressione interna che bilancia la forza applicata sul pistone. Questa nuova pressione d'altra parte *si trasmette in tutto il fluido* e sottopone il contenitore ad una maggiore tensione di espansione poiché le forze di pressione più di prima premono su ogni millimetro quadrato della parete. Quelle forze di pressione devono essere bilanciate dalla struttura del contenitore se vogliamo che il tutto stia comunque fermo. Anzi potrebbe accadere un disastro se il contenitore non fosse stato progettato con la dovuta attenzione.!

Tanto per capire la portata di questa affermazione si immagina un contenitore con due pistoni verticali ben separati e di area diversa: un centimetro quadro contro l'altro di un metro quadro di superficie. Premendo sul pistone più piccolo con una forza di un Kg peso potremmo tenere sollevato sull'altro pistone un corpo di 10000 kg grazie solo al rapporto delle due aree; questo spiega il principio della leva idraulica che è alla base del funzionamento del carro-ponte utilizzato, ad esempio, da un qualsiasi meccanico.

La legge di Pascal

Nella discussione di sopra abbiamo immaginato di lavorare in un ambiente privo di gravità, come potrebbe essere un laboratorio in una navetta immersa in uno spazio intergalattico! Ma la verità è che qui sulla nostra terra tutti i fluidi sono immersi in un campo gravitazionale che interagisce con la massa delle molecole e che finisce per cambiare un po' le leggi che descrivono il comportamento macroscopico di un qualsiasi sistema termodinamico.

Come semplice esempio si consideri un fluido contenuto in un cilindro appoggiato sul tavolo e chiuso in alto da un pistone scorrevole, ma tenuto fermo da un peso opportuno. La nostra domanda è: quanto vale la pressione del fluido in un punto generico interno?. La pressione esterna esercitata dal pistone sulla superficie del fluido in alto è presto calcolata: la forza peso del pistone (in Newton) diviso per la sua superficie in mq più la pressione atmosferica. Questa pressione deve essere anche la pressione interna del fluido se il pistone deve stare fermo in equilibrio; la forza esterna (pressione esterna x superficie pistone) infatti deve essere bilanciata da quella interna (pressione interna x superficie pistone) !

Focalizziamo adesso la nostra attenzione su un piccolo cubetto di fluido di lato Δl immerso a ad una profondità h dalla superficie e orientato in modo da avere due superfici laterali orizzontali e le altre quattro verticali. Quel cubetto è in equilibrio stazionario nello spazio e pertanto la risultante di tutte le forze su di esso applicate deve essere nulla. Le forze laterali sulle superfici di destra e di sinistra, si annullano, vista la semplice simmetria del cubetto che non può distinguere la superficie destra da quella di sinistra, così si annullano anche le forze applicate sulle due superfici avanti-dietro. Restano le due forze che agiscono sulla superficie superiore e su quella inferiore che sono, contrariamente a prima, ben localizzabili poiché tutti sanno quale è il basso e quale è l'alto, visto che un corpo cade spontaneamente sempre dall'alto verso il basso!

La forza applicata sulla parte bassa del cubetto, cioè sulla superficie inferiore, deve bilanciare sia la forza di pressione applicata sulla superficie superiore, sia la forza peso corrispondente alla massa del fluido contenuto nel cubetto stesso. La forza peso del cubetto nota la densità del fluido è $\rho g \Delta l^3$, ed è causa, dividendo per l'area di base del cubetto, di una extra pressione pari a $\Delta P = \rho g \Delta l$. Quindi in basso la pressione è maggiore di quella che preme sulla faccia superiore! Generalizzando il cubetto ad un paralelepipedo di altezza h con la faccia superiore coincidente con la superficie superiore del fluido, ricaviamo immediatamente una relazione semplice che lega la pressione in un punto a profondità h del fluido con la pressione del fluido in alto.

$$P(h) = P(0) + \rho gh$$

La pressione d'altra parte in un punto è la stessa in ogni direzione e pertanto la forza esercitata., per esempio, su ogni elemento di superficie del contenitore dipende dalla profondità del punto in esame ed ha la stessa intensità in tutti i punti di pari profondità'. Pensa alle conche, queste hanno ovviamente una forma strutturale più solida in basso che in alto.

In sintesi Pascal dice che *la pressione ad una profondità h in un fluido di densità costante ed in equilibrio è uguale alla pressione misurata alla superficie aumentata di ρgh .*

Con il seguente ovvio corollario che

la differenza di pressione tra due punti qualsiasi in un fluido di densità costante ed in equilibrio è ρgh , dove h è la distanza verticale tra i due punti.

Nota: in una colonna di 10 metri di acqua la differenza in pressione è $\Delta P = \rho g \Delta l = 9.8 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ (Pascal) che equivale a circa una Atmosfera, ovvero a 760 mm di mercurio.

Il principio di Archimede

E' un fatto noto che ogni corpo immerso in un fluido viene spinto verso l'alto, ma questo non potrebbe accadere sulla navetta spaziale nello spazio intergalattico dove non esiste ne' alto, ne' basso. Ma torniamo in terra!

Immaginiamo un cubetto solido immerso nel fluido. Le forze laterali come prima si annullano, mentre le forze sulle superfici orizzontali, in alto e in basso, non si bilanciano esattamente poiche' la pressione in basso, come ci insegna Pascal, e' maggiore di quella che agisce sulla superficie superiore di $\Delta P = \rho g \Delta l$.

La forza dovuta all'azione della pressione sulle due faccie e'

$$\mathbf{F} = \Delta P \Delta s = \rho g \Delta l \Delta s = \rho \Delta V g = \mathbf{mg} = \mathbf{peso} \text{ [in newton]},$$

cioe' pari alla forza peso del fluido spostato e preme verso l'alto.

Ora per muovere il cubetto verso l'alto occorre vincere la sua forza peso! Dunque, se il cubetto e' piu' pesante del fluido spostato scendera' inesorabilmente verso il fondo, ma se il cubetto e' piu' leggero sale in alto e finisce con il galleggiare in superficie fuoriuscendo tanto quanto basta per spostare una quantita' di fluido che pesi esattamente come lui stesso.

Fluidi in Moto: il Teorema di Bernulli

Bernoulli ha descritto il moto stazionario di un fluido incompressibile con l'equazione espressa nella forma:

$$p + \rho \frac{v^2}{2} + \rho gh = \text{costante}$$

in cui:

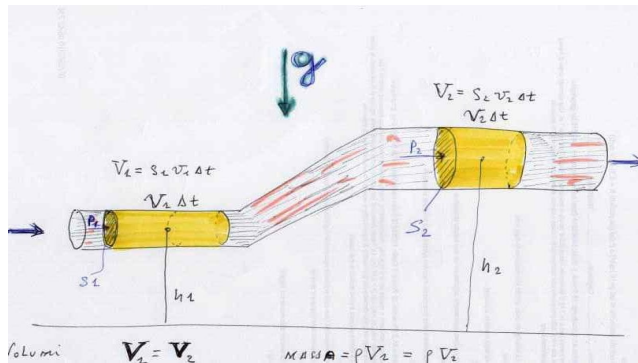
- v rappresenta la velocità del fluido lungo la linea di flusso,
- g è l'accelerazione di gravità
- h è la quota altimetrica (ovvero l'altezza rispetto ad un riferimento orizzontale, di un qualsiasi punto all'interno del condotto),
- p la pressione secondo la linea del flusso
- ρ è la densità del fluido.

Nella figura allegata si vedono due volumetti di fluido di pari volume posizionati l'uno a sinistra nella parte del tubo più stretto in basso, il secondo più in alto in un sezione di maggior ampiezza.

Il flusso si muove con velocità v_1 a sinistra e v_2 in alto a destra, con una pressione p_1 in basso e p_2 in alto.

Imponiamo la conservazione dell'energia e cioè che la variazione della energia cinetica di un elemento del fluido lungo il cammino sia

dovuto alla variazione del potenziale e del lavoro fatto per spostare il volumetto di un tratto elementare.



In basso abbiamo che il lavoro fatto dalle forze di superficie (pressione per superficie), per spostare un elemento di fluido di ΔL è

$\Delta L_1 = p_1 * s_1 * \Delta \lambda_1 = P_1 * V_1$ con $\Delta \lambda_1$ la lunghezza dello spostamento elementare.

In alto avremo ugualmente

$$\Delta L_2 = P_2 V_2$$

da cui la differenza del lavoro fatto dalle forze di superficie è

$$\Delta L_s = \Delta L_1 - \Delta L_2 = P_1 V_1 - P_2 V_2$$

La differenza in energia potenziale è

$$L_p = mgh_1 - mgh_2$$

poiché la somma delle due variazioni uguagliano la variazione dell'energia cinetica del fluido:

$$P_1 V_1 - P_2 V_2 + mgh_1 - mgh_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

segue, dividendo tutto per il volume (ovviamente $V_1 = V_2$):

$$P_1 - P_2 + \rho gh_1 - \rho gh_2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 \quad \text{ovvero}$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho gh_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho gh_2 = \text{costante}$$

che spiega la formula di sopra del Bernulli.

La viscosita'

La definizione di fluido su detta vale solo per fluidi in equilibrio e non vale nel caso di *fluidi reali* non in equilibrio o in moto; vediamo perche'!

In genere le molecole di un fluido scorrono, ma con una certa difficolta' a causa degli urti anelastici con gli atomi o le molecole delle pareti dei vasi di scorrimento e a causa dagli urti continui con le altre particelle del fluido che incontrano lungo il loro cammino. Negli urti le particelle perdono energia trascinando nel loro moto altre particelle meno veloci o ferme, o addirittura guadagnano energia urtate da altre compagne piu' veloci, accelerandosi nella direzione del flusso principale. Sono

meccanismi che dipendono dalla densità del fluido e dalla capacità di attrazione molecolare a lunga distanza.

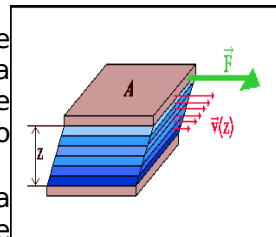
Questi sono anche i fatti microscopici che spiegano il frenamento del flusso del fluido da parte delle pareti dei vasi di scorrimento e spiegano il fenomeno del trascinarsi del fluido da parte di altri strati più veloci dello stesso fluido. I due fenomeni insieme giustificano la stratificazione del fluido nel moto come, per esempio, avviene in un condotto cilindrico di scorrimento. Gli strati di fluido cilindrici più a contatto con la parete sono fermi o si muovono più lentamente degli strati più vicini al centro dove invece si raggiunge il massimo della velocità di scorrimento.

Macroscopicamente descriviamo il moto del fluido con un modello matematico che si avvale di:

- le forze di taglio dinamiche, tangenti alla parete del condotto, che sono attive solo quando il fluido è in moto.
- la viscosità, il parametro che sintetizza in un numero la resistenza opposta dal fluido a deformarsi sotto l'azione di una sollecitazione meccanica.

Le due quantità sono legate. Infatti è possibile pensare di misurare la viscosità una volta nota la forza di taglio applicata ad uno straterello di fluido e conosciuta la variazione in velocità indotta nello straterello posto ad una distanza fissa Δz .

Si capisce che questa forza F è proporzionale alla area A dello strato in esame e alla deformazione espressa come gradiente della velocità calcolato perpendicolarmente alla direzione di scorrimento (qui indicato con $\Delta v/\Delta z$):



$$F = \eta A \frac{\Delta v}{\Delta z}$$

dove il coefficiente di proporzionalità η è proprio la viscosità del fluido.

Quindi la viscosità si ricava come

$$\eta = \frac{F}{A} \left(\frac{\Delta v}{\Delta z} \right)^{-1}$$

E si scopre che la viscosità è, a parità di forza e di superficie dello strato, inversamente proporzionale al gradiente della velocità.

- Se il gradiente è nullo, cioè stessa velocità degli strati, la viscosità è infinita. È un caso estremo come quello di un solido! Viene a mente il vetro, una materia amorfa non cristallina che non ha un punto di fusione definito e che può essere interpretata come un fluido ad altissima viscosità.
- Se il gradiente è grande, la velocità cambia moltissimo tra strato e strato; come dire che l'effetto di trascinarsi è basso o inesistente. Praticamente un gas perfetto in cui strati di fluido corrono indipendentemente!
In particolare un fluido con viscosità nulla ($\eta=0$) e densità costante, cioè non viscoso e incomprimibile, si chiama *fluido ideale* o *inviscido*.

La viscosità si misura in $(\text{kg massa})/(\text{metri secondo})$ e il campione unitario il *poise* (da Jean Luis Marie Poiseuille), vale $1 \text{ poise} = 1/10 \text{ kg/ms}$;

Nota che un fluido non ideale (con viscosità diversa da zero) può essere classificato, a seconda del comportamento, come:

- *fluido newtoniano* se la sua viscosità non dipende dalla velocità di scorrimento
- *fluido non newtoniano* se la sua viscosità dipende dalla velocità di scorrimento e si suddivide in:
 - *fluido tixotropico* se la viscosità *diminuisce* all'aumentare della velocità.
 - *fluidoreopex* se la viscosità *aumenta* all'aumentare della velocità.

Resistenza/ impedenza

Ci sto lavorando....

.....

Considerazioni generali

La validità delle leggi che regolano il moto dei fluidi è condizionata dal tipo di fluido e dalle caratteristiche del suo moto (1).

1. Fluido perfetto. Viene definito fluido perfetto (ideale) un fluido non viscoso e incompressibile. Poiché l'acqua è virtualmente incompressibile per pressioni fisiologiche e presenta bassa viscosità, essa è assimilata ad un fluido ideale ed è normalmente utilizzata per gli esperimenti di fluidodinamica.
2. Fluido reale. In contrapposizione alla dizione di fluido perfetto si usa quella di fluido reale per indicare un fluido dotato di viscosità: a rigore tutti i fluidi sono reali.
3. Fluido newtoniano. Un fluido newtoniano è tale per cui la sua viscosità non si modifica al variare della velocità di scorrimento, tale modello fornisce un'ottima approssimazione per il moto di un'ampia classe di fluidi, tra cui l'aria atmosferica, l'acqua, nonché il flusso del plasma. In certi tratti dell'albero circolatorio, come i grossi vasi, il sangue può essere assimilato ad un fluido newtoniano in quanto la sua natura corpuscolare può essere trascurata.

.....

Rivedere seguenti punti.....

Punto di vista lagrangiano e euleriano
Fluido perfetto
Linee di corrente e linee di flusso, tubo di flusso
Teorema del Bernulli
Teorema del Torricelli
Tubo del Venturi
Liquidi reali Moto laminare, perdita di carico
Numero di Reynolds
Legge di Stokes

