

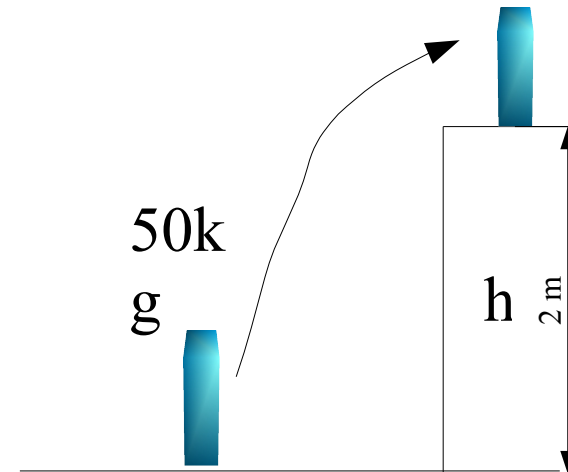
# Energia e lavoro



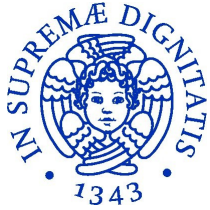
$$dL = \vec{F} \cdot \vec{v} dt = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

Lavoro elementare

$$[J] = [N L]$$



- .Il lavoro e' fatto dalle forze del campo
- .Il lavoro e' uno scalare
- .Il lavoro dipende dal coseno dell'angolo
- .Le dimesiono del lavoro sono  $[M L^2 T^{-2}]$
- .L'unita' di misura in SI e' il *Joule* (J)



# Energia e lavoro



$$\vec{F} \cdot \vec{v} dt = \vec{F} \cdot d\vec{s} = m \vec{a} \cdot \vec{v} dt = m \dot{\vec{v}} \cdot \vec{v} dt = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 \right) dt = d E_c$$

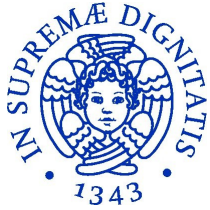
*Lavoro elementare*

*Energia cinetica*

$$d L = \vec{F} \cdot \vec{v} dt = \vec{F} \cdot d\vec{s}_{\text{lavoro}} \quad E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad [\text{J}]$$

## Teorema delle forze vive

Il Lavoro elementare e' pari alla variazione della Energia cinetica nell'intervallo di tempo elementare



# ***Energia e lavoro e potenza***



$$\vec{F} \cdot \vec{v} dt = d E_c$$

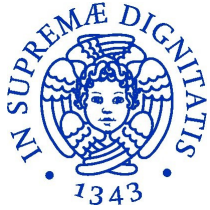
*La potenza*

Lavoro erogato nella unita' di tempo

$$\frac{dE_c}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$[\text{W}] = [\text{J T}^{-1}]$$

Una macchina piu' potente fa lo stesso lavoro in meno tempo

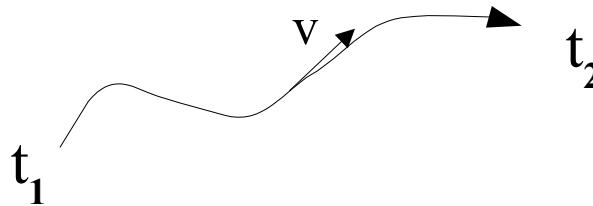


# ***Energia Cinetica e lavoro integrale***



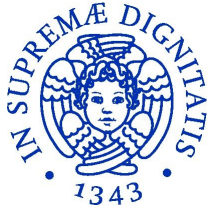
$$\int_{t_A}^{t_B} \vec{F} \cdot \vec{v} dt = \int_{t_A}^{t_B} dE_c = E_c(t_B) - E_c(t_A) = \frac{1}{2}mv^2(t_B) - \frac{1}{2}mv^2(t_A)$$

**Devo conoscere  
l'eq. oraria !!!**



## **Teorema delle forze vive integrale**

*Il lavoro tra  $t_1$  e  $t_2$  e' pari alla variazione della Energia cinetica  
nello stesso intervallo di tempo*



## **Energia e lavoro e forza dipendente solo dalla posizione**

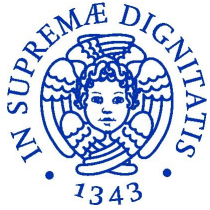


$$\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^B dE_c = E_c(B) - E_c(A) = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

### **Teorema delle forze vive**

*La differenza dell'energia cinetica nei punti A e B corrisponde al lavoro fatto dalle forze ad esso applicate per spostare il mobile lungo il percorso A->B.*

**Nota: non dipende dalla equazione oraria**

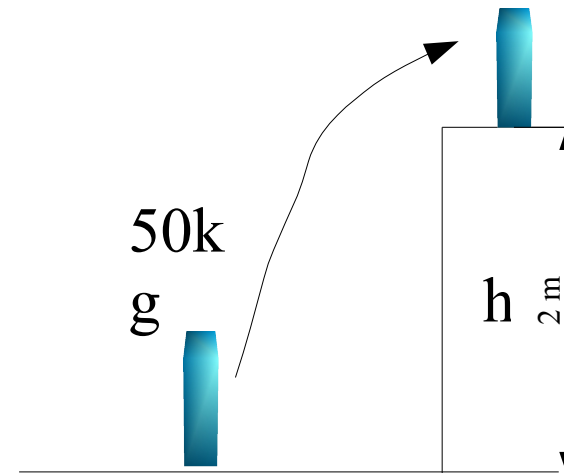


# Energia e lavoro

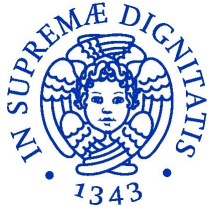


$$\int_A^B (-m \vec{g} + \vec{f}) \cdot d\vec{s} = \int_A^B dE_c = 0$$

$$\int_0^h -m \vec{g} \cdot d\vec{s} = \int_0^h -m \vec{g} dh = -mgh$$



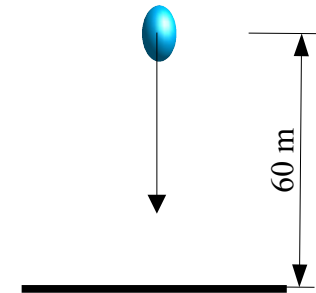
$$\text{Lavoro} = 50 * 10 * 2 = 1\ 000\ \text{J}$$



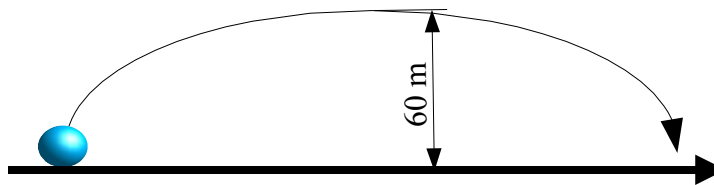
# Energia e lavoro

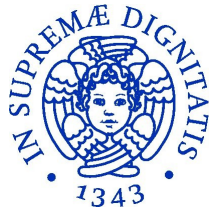


$$\frac{1}{2} m v^2 = mgh \quad v = \sqrt{2gh} = \sqrt{(2 * 10 * 60)} = 34.64 \text{ m/sec}^2$$



$$\vec{v} = v_x \hat{x} + v_z \hat{z} \quad mgh = \frac{1}{2} m v_x^2 + \frac{1}{2} m v_z^2 - \frac{1}{2} m v_x^2 = \frac{1}{2} m v_z^2$$





## Sommario

$\mathbf{F} \cdot \mathbf{v} \cdot dt = d\left(\frac{1}{2} mv^2\right)$  Teorema forze vive differenziale

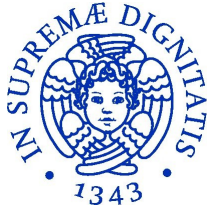
$E = \frac{1}{2} mv^2$  [J] Energia cinetica

$\Delta L = \mathbf{F} \cdot \Delta \mathbf{S}$  [J] Lavoro elementare

$\mathbf{F}(x, y, z)$  [N] Forza che dipende solo dal punto

$\int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = E_b - E_a$  Teorema forze vive integrale





# ***Energia e lavoro e costante del moto***



$$\int_{z_1}^{z_2} -m \vec{g} \cdot \vec{ds} = mgz_1 - mgz_2 = E_c(z_2) - E_c(z_1) = \frac{1}{2} m v^2(z_2) - \frac{1}{2} m v^2(z_1)$$

*da cui ricaviamo*

$$\frac{1}{2} m v^2(z_1) + mgz_1 = \frac{1}{2} m v^2(z_2) + mgz_2$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + mgz$$

costante per un grave

$$E_0 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

costante per un oscillatore