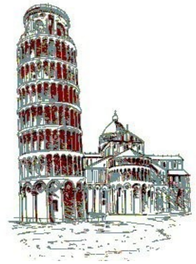
Dinamica



Newton
II principio

L'accelerazione di un punto materiale e' direttamente proporzionale alla forza risultante agente su di esso ed inversamente proporzionale alla massa del punto materiale ed ha la stessa direzione della forza.

(Lex secunda: Mutationem motus proporzionalem esse vi motrici impressae et fieri secundum lineam rectam qua vis imprimetur.)

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

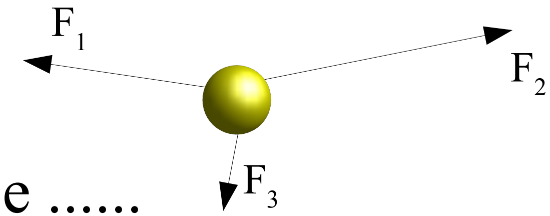
Dinamica

La forza unitaria

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$$

La forza unitaria ha una intensita' tale che se applicata ad un punto materiale di massa unitaria , 1 Kg m
lo accellera di un metro al secondo per secondo.
Detta forza si chiama Newton ed e' indicata con N.

Dinamica



Se ......

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = o$ ==> $\vec{a} = 0$ ==> $\vec{v} = \vec{v}_0$ cioe' costante

$a = (v_2 - v_1)/(t_2 - t_1) = 0$ ==> $v_1 = v_2 \;\forall\; t_1$ e t_2

Quindi: Forza nulla ===> moto linerae uniforme

lo spazio percorso e' $s(t) = V_0\, t + s_0$ ==> $\vec{R} = \vec{v}t + \vec{P}_0$

Dinamica

Campo gravitazionale caduta dalla torre

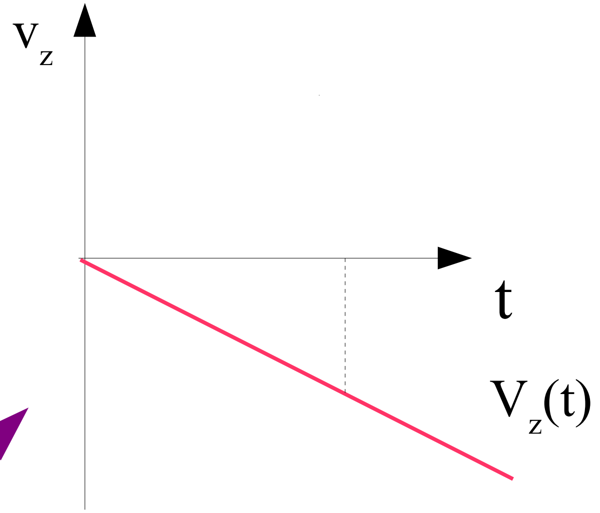
$$\vec{F} = -G\frac{M_t m}{r^2}\hat{r} \quad pongo \quad \frac{G M_t}{r^2} = g \quad h \ll r$$

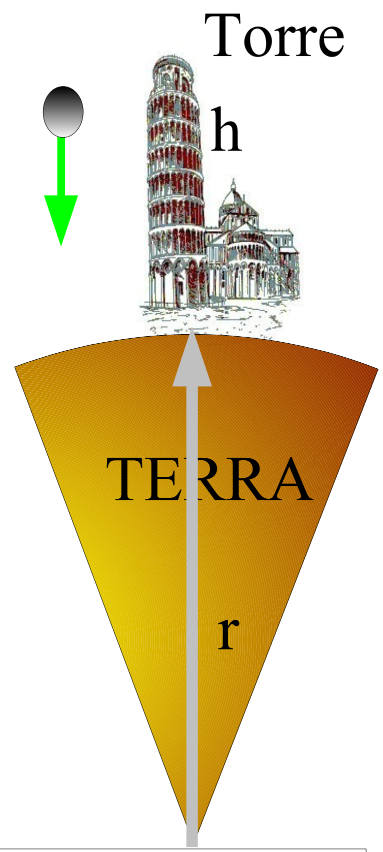
$$m a_z = -g m$$

$$a_z = -g = \frac{v_z(t) - v_z(t_0)}{t - t_0}$$

$$v_z(t) = -g(t - t_0) + v_z(t_0)$$

$$v_z(t) = -g t + v_0$$

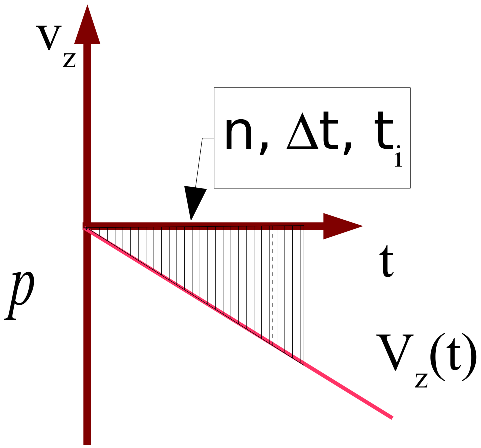




Dinamica
Campo gravitazionale
caduta dalla torre

$$z(t)=\sum_{i=1}^{n} v(t_i)\Delta t+h=-g\sum_{i=1}^{n} t_i\Delta t+h$$

$$dove\ n=\frac{t}{\Delta t}\quad t_i=i\Delta t\quad \ldots.\ ma\ e'\ l'area\ del\ trap$$



$$z(t)=-\frac{1}{2}gt^2+v_i t+h$$

$$a\ terra?\quad z=0\quad per\ t=\sqrt{\frac{2h}{g}}\quad v_{terra}=-gt=-\sqrt{2gh}$$

Dinamica

Forza costante: Risoluzione con calcolo numerico

condizioni iniziali

t =0 istante iniziale; sempre nullo
z =60 altezza iniziale in m
v_0 = 0 velocita' di partenza

$$z(t) = \sum_{i=0}^{n} v(t_i)\,\Delta t + h = -g \sum_{i=0}^{n} t_i\,\Delta t + h$$

inizia il ciclo

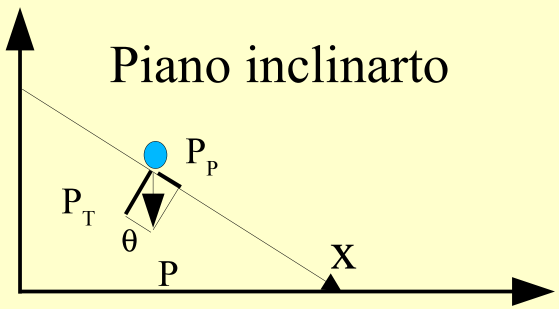
finche' z > o calcola
ricavo la velocita' all'istante t
$v = - g\, t + v_0$
nuova posizione = vecchia piu' spostamento elementare
$z' = z + v\, \Delta t$
$t' = t + \Delta t$
aggiorno t e s
t = t'
z = z'
print t, v,z
end loop

Dinamica

Campo gravitazionale costante

$$v_z(t) = -g\,t + v_0$$

$$z(t) = -\frac{1}{2} g\,t^2 + v_0 t + h_0$$



$$m\ddot{x} = -m\,g'$$

$$g' = g\sin\theta$$

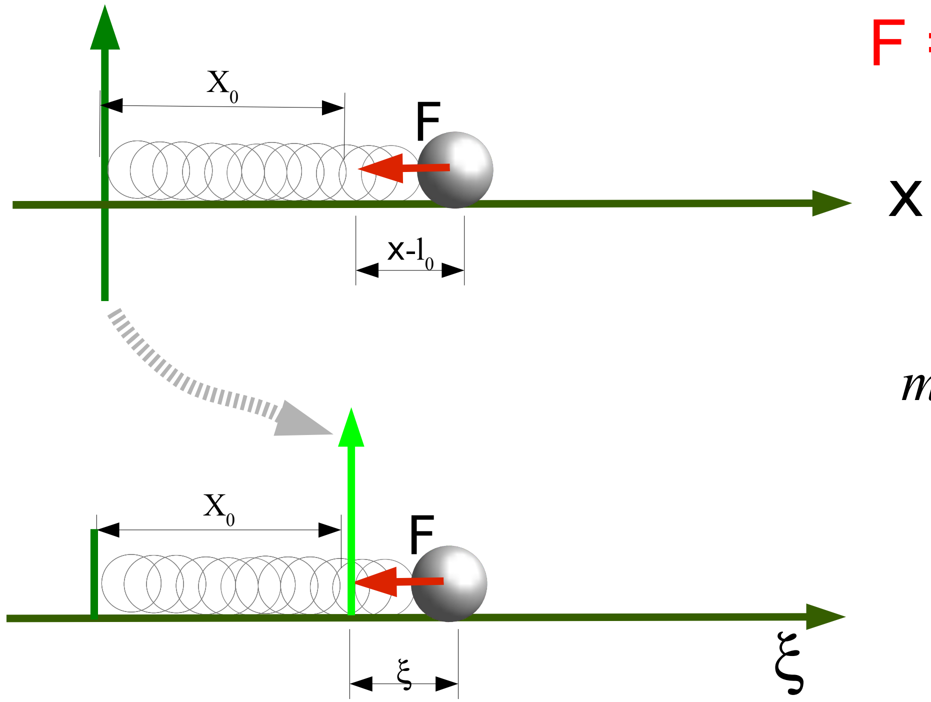
Forza costante

$$F_0 = m\ddot{x}$$

$$v_x(t) = \frac{F_0}{m} t + v_0$$

$$x(t) = \frac{1}{2}\frac{F_0}{m} t^2 + v_0 t + s_0$$

Dinamica
forza elastica



$F = -k\,(x-x_0) = -k\,\xi$

$\xi = x - x_0$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = m\frac{d^2(x-x_0)}{dt^2} = -k\,(x-x_0)$$

$$m\frac{d^2\xi}{dt^2} = -k\,\xi$$

$x(t) = \xi(t) + x_0$

Dinamica
forza elastica

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-k\,x$$

Soluzione possibile

$$\frac{d^2x}{dt^2}=a_x=-A\,w^2\sin(w*t+\phi_0)=-\frac{k}{m}*A\sin(w*t+\phi_0)$$

x= A sin(ωt+ϕ_0)

ω=$\sqrt{k/m}$

$$w^2=\sqrt{(k/m)}=\frac{2\pi}{\tau}$$

all'istante t= 0   x= L ; v=0 ==>

$$A=\frac{L}{\sin(\phi)}$$

$$A\,w*\cos(\phi)=0 \quad ==> \phi=0$$

Dinamica

forza elastica al calcolatore

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-kx$$

$$a_x=\frac{dv_x}{dt}=lim\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a_x=-\frac{k}{m}x$$

$$\Delta v=-\frac{k}{m}x\Delta t$$

$$\Delta x=v\Delta t$$

```
x=A0
v=0
## inizio loop              ricordo che    a = - (k/m)x
finche' t<100 calcola
## nuova velocita'= vecchia + incremento elem.
v'  = v -   ( k/m)x  Δt
## nuova x = vecchia + incremento elementare
x'  = x +  v Δt
## nuovo tempo
t' = t + Δt
## aggiorno x,v,t
x = x'
v = y'
t = t'
X=x+x0
print  t, X, v
end loop
```

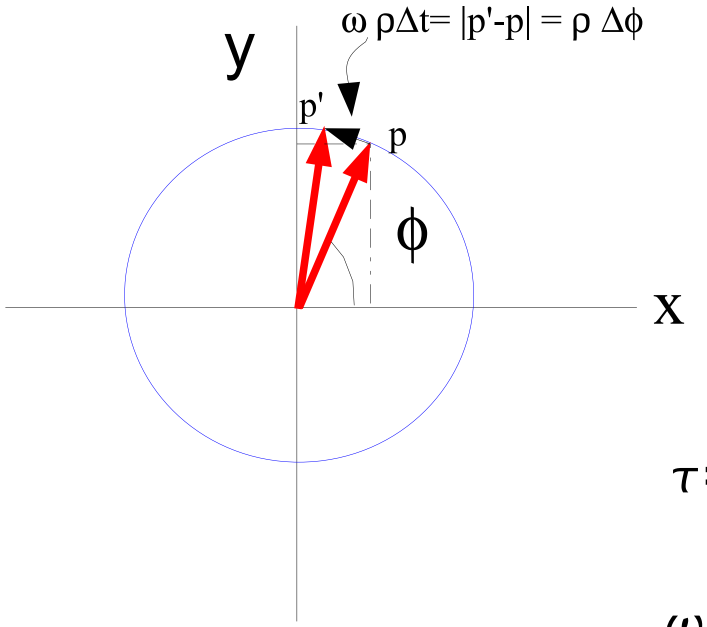
Dinamica
forza elastica
approfondimento

$$pongo\ \omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\qquad [T^{-1}]$$

$$v'=v-\omega^2 x\Delta t\qquad x'=x+v\Delta t$$

$$pongo\ y=\frac{v}{\omega}$$

$$y'=y-\omega x\Delta t\qquad x'=x+\omega y\Delta t$$



$$\tau=\frac{2\pi}{\omega}$$

$$\omega=\frac{2\pi}{\tau}$$

$$\rho=\sqrt{(x^2+y^2)}=Cost.\quad \phi=\omega t$$

$$x=\rho\cos(\phi)\qquad v=\omega y=-\omega\rho\sin(\phi)$$

Ricordando lo spostament

$$x=\rho\cos(\phi)+x_0$$