

Fisica _I
Primo semestre**Meccanica**
Dinamica IV**Table of Contents**

Verso il terzo principio.....	1
Il terzo principio.....	2
La conservazione della quantità di moto.....	3
Punti di vista	4
Esempi di conservazione della q.m.....	4

Verso il terzo principio

Riprendiamo in mano la molla di prima, solo che questa volta non la ancoriamo ad un punto fisso, anzi leghiamo i due estremi con un cavetto tra loro e tiriamo il cavetto, dopo averla ben "schiacciata"... il cavetto interno sarà ben teso! Mettiamo due palline ai due estremi e dopo con un paio di forbici recidiamo il cavetto.

In realtà per evitare problemi con la gravità e l' attrito possiamo impiegare al posto delle palline due dischetti appoggiati su di un piano orizzontale levigatissimo!!! oppure immaginiamo di lavorare in un sistema inerziale in uno spazio libero, dove non c'è gravità, nè alcuna altra forza.

Se ci siamo dotati di foglio, matita e cronometro, iniziamo la presa dei dati, cioè per ciascun *evento* scriviamo giu' i valori dei parametri importanti: le masse, i tempi e la velocità finali delle due palline quando si sono ben separate dalla molla stessa Naturalmente facciamo molte prove con palline identiche piu' o meno pesanti, con palline diverse e con la molla piu' o meno tesa.

Risultato per coppie di **palline identiche**:

1. le palline si separano muovendosi nella stessa direzione, ma in senso opposto.
2. le palline, se identiche, acquistano sempre la *stessa velocità* in modulo.

Dato che la velocità finale di ciascuna palla dipende da una causa esterna (e qui la causa è l'interazione esercitata dalla molla su ciascuna pallina finchè sono a contatto) si ricava immediatamente che le palline, sia quella di destra che quella di sinistra, sono soggette a forze di *ugual intensità, nella stessa direzione, ma di senso opposto*.

Se invece prendiamo **palline di masse diverse** si scopre:

3. le palline acquistano *velocità inversamente proporzionale* alle loro masse



Questo punto mostra in verità che quello che risulta simile per le due palline è il modulo del prodotto $m_1 \mathbf{v}_1$, infatti la particella più piccola corre più velocemente di quella più pesante. In formula, quando le palline sono separate dalla molla, tenendo conto dei segni e della natura vettoriale della grandezza $m\mathbf{v}$:

$$1) \quad m_1 \mathbf{v}_1 = -m_2 \mathbf{v}_2 \quad [\text{MLT}^{-1}] \quad \text{ovvero} \quad m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = 0$$

se poi si definisce la nuova grandezza vettoriale, *quantità di moto* (o *impulso*)

$$2) \quad \mathbf{p} = m\mathbf{v} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2$$

Le palline si allontanano lungo una direzione definita, separandosi ad una velocità relativa \mathbf{v}_r il cui modulo è $v_r = |\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1|$; dalla (1) deriva che nel caso di palline identiche il modulo di v_r è il doppio del modulo della velocità di una delle due palline.

Dalla equazione, $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, si capisce come la variazione elementare della *quantità di moto* sia legata alla forza applicata, o meglio all'*impulso elementare* impresso in un certo intervallo di tempo Δt dalla forza a ciascuna pallina di massa m :

$$\Delta p = m \Delta v = ma \Delta t = F \Delta t$$

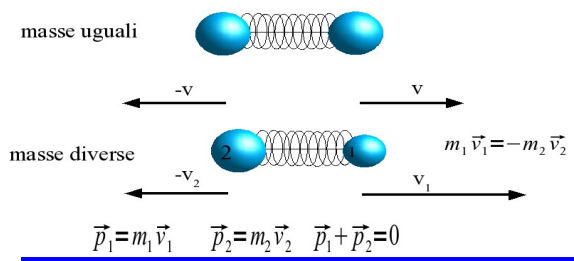
che è l'*impulso elementare*

e integrato nell'intervallo di azione della forza

$$3) \quad \vec{p}(T) - \vec{p}(0) = m\vec{v}(T) - m\vec{v}(0) = \int_0^T F(t) dt$$

variazione totale della q.m. tra 0 e T

Confrontando la 2) con la 3) deriviamo



$$3a) \quad m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = \int_0^T F_1(t) dt + \int_0^T F_2(t) dt = \int_0^T (F_1(t) + F_2(t)) dt = 0 \quad \forall T$$

e poichè deve essere nulla per ogni T si scopre che le forze applicate $F_1(t)$ e $F_2(t)$ sono uguali ed opposte in ogni istante. Queste due forze, qui esemplificate dalla molla, sono forze interne che agiscono nel sistema delle due palline.

Cosa si può concludere? In un sistema di riferimento inerziale la variazione di velocità di una particella, cioè la sua accelerazione può essere spiegata solo dalla interazione di questa con una o più altre particelle presenti nello stesso sistema inerziale di riferimento. Infatti se una particella riferita ad un sistema inerziale, varia la sua quantità di moto, un'altra particella in interazione con questa (via molla, forze elettriche, o altro...) varia la q.m. di ugual misura, ma in senso opposto.



Comunque da tutto questo se ne deduce anche che il moto di un corpo, osservato da un sistema inerziale, varia la sua accelerazione e la sua velocità solo se interagisce (via molla, forze elettriche, o altro...) con un'altro corpo presente nello stesso spazio.

Il terzo principio

Newton stabilì anche in questo caso una legge, il terzo principio della dinamica:

Quando un corpo esercita una forza su di un secondo corpo, questo esercita sul primo una forza di uguale intensità, con stessa direzione, ma di senso opposto.

In termini più semplici diciamo che il secondo corpo reagisce con una forza uguale ed opposta, ma attenzione *non vogliamo sottintendere una relazione casuale tra la prima e la seconda forza, anzi va chiarito che le due forze sono contemporanee e nessuna delle due è causa dell'altra.*

Con questo principio si stabilisce che le forze in realtà si presentano sempre a coppie poiché esse nascono sempre *dalla interazione mutua di due corpi*. Questo concetto piuttosto importante, verrà ripreso più avanti per discutere i sistemi isolati o il comportamento dei corpi estesi o macrocorpi.

Ora ricordo quando abbiamo parlato delle forze vincolari... o di una pallina in campo gravitazionale (che vuol dire qui sulla nostra terra) cioè che pesa e che scarica il suo peso sul piano orizzontale su cui è appoggiata. Essa distorce, anche se di pochissimo la superficie sottostante che reagisce con una forza opposta per controbilanciare perfettamente la forza peso. In realtà microscopicamente parlando, possiamo dire che gli atomi di cui la pallina è fatta *interagiscono* con gli atomi della superficie della base.

Spesso ci si riferirà a questa legge indicandola anche come *il principio di azione e reazione*.

La conservazione della quantità di moto.

L'equazione 2) ha una portata molto più vasta di quanto sembri. Intanto possiamo riscriverla come

$$4) \quad \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = 0$$

ovvero la quantità di moto di un sistema costituito da due palline in *interazione solo tra loro*, cioè un sistema *isolato*, è nulla.

Ora la relazione vale per una qualsiasi coppia di particelle prima, *durante* e dopo l'interazione e quindi la q.m. delle due particelle in interazione, *si conserva*, poiché è sempre nulla.

La nostra conclusione è un po' affrettata poiché per renderci la vita semplice abbiamo realizzato un esperimento con palline, si' connesse da una molla (un artificio per simulare l'interazione tra le due palline), ma inizialmente ferme !.

Nulla ci avrebbe impedito, pur rimando nel nostro sistema fisso, di prendere in considerazione (...nella cabina laboratorio di un nostro satellite) un sistema costituito sempre dalle stesse due palline, poste agli estremi di una molla in tensione. Quelle ci appariranno in moto rettilineo uniforme in una qualche direzione dello spazio e quindi con una quantità di moto iniziale non nulla, ma pari a $(m_1+m_2)\mathbf{v}_0$. Il cavetto interno della molla si rompe e le due palline ricevono impulsi in senso opposto che si sommano alle loro quantità di moto iniziali e le palline si separano con una velocità relativa che dipende come prima dalla tensione iniziale della molla.

La variazione della quantità di moto dipende dal momento dell'impulso trasferito alle palline dalle forze in gioco. Le uniche forze in gioco provocate dalla estensione della molla, sono *forze interne* al



sistema delle due palline che danno un contributo nullo (3a) alla variazione della q.m. perchè di pari intensità ma senso opposto, e pertanto la quantità di moto dopo l'estensione della molla è uguale alla quantità di moto iniziale e cioè $(m_1+m_2)\mathbf{v}_0$. Le equazioni

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_{01} + \vec{p}_{02} = m_1 \vec{v}_0 + m_2 \vec{v}_0 = (m_1 + m_2) \vec{v}_0$$

- 5) \vec{p} *quantità di moto delle particelle dopo la separazione*
- \vec{p}_0 *quantità di moto delle particelle prima della separazione*
- \vec{v}_0 *è la velocità comune delle palline prima della separazione*

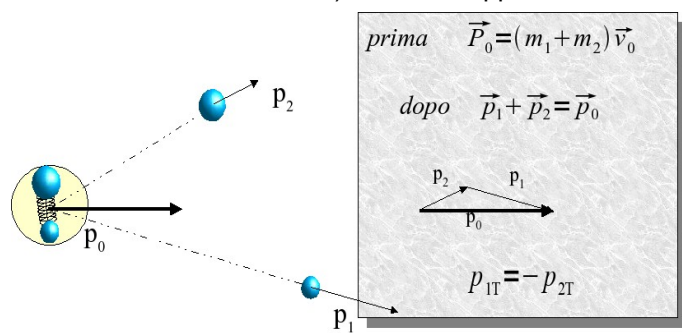
descrivono la relazione tra la quantità di moto prima e dopo l'evento 'rilascio della molla'. La prima riga si legge dicendo che la *somma delle quantità di moto delle due palline dopo l'evento è uguale alla somma delle quantità di moto prima dell'evento.*

Se ne può fare una legge di *conservazione*¹ di una grandezza dinamica nel tempo che vale ovviamente in un sistema inerziale:

La quantità di moto di due particelle soggette solo alla loro mutua interazione rimane costante nel tempo.

Punti di vista

Supponiamo adesso di guardare l'evento da un sistema di riferimento in moto rispetto a quello del nostro laboratorio con velocità \mathbf{v}_0 pari alla velocità che avevano le due palline prima di separarsi. In questo nuovo sistema di riferimento ancora inerziale, ma che rincorre le due palline (coincide di fatto con il sistema della navetta), l'evento appare esattamente identico a quello prima descritto, cioè con



palline inizialmente ferme. Qui, sulla navetta, le palline si separano in direzioni opposte con velocità relativa stabilita dalla tensione iniziale della molla e nonostante abbiano una velocità finale non nulla, la q.m. totale del sistema è nulla (4), giusto come deve essere! La fisica sulla navetta è identica a quella del nostro vecchio laboratorio!

La quantità di moto di due particelle soggette solo alla loro mutua interazione rimane costante nel tempo.

Questo moto può essere facilmente riportato al sistema di riferimento solidale con il nostro laboratorio.

Il moto finale di una pallina nel laboratorio è infatti una composizione, secondo la regola del parallelogrammo, della velocità

che la pallina ha nel sistema in movimento, più la loro velocità iniziale comune \mathbf{v}_0 . La quantità di moto pure si ottiene sommando le q.m. delle due palline, la parte dovuta al loro moto comune \mathbf{v}_0 che produce $\mathbf{p} = (m_1+m_2)\mathbf{v}_0$ più quella dovuta al moto delle due palline nel sistema in cui sono ferme prima della estensione della molla. Poiché questa ultima parte dà un contributo nullo, la q.m. resta la stessa prima e dopo e quindi la q.m. si *conserva in intensità, direzione e segno.*

¹Questo è il primo esempio di conservazione. Ne incontreremo molti altri!



Esempi di conservazione della q.m.

Siete su di una barca, meglio un barcone piatto per evitarvi il mal di mare. Il laghetto in cui gallegiate è calmo, tutto sta fermo. Immediatamente vi mettete in moto sul barcone andando verso poppa. Per movervi vi appoggiate con i vostri piedi sul barcone e fate forza per spingervi in avanti, il barcone deve reagire con una forza uguale ed opposta e alla fine scoprirete che anche il barcone, acquista un impulso e si mette in lento movimento. Infatti mentre voi camminate il barcone si muove nel senso opposto con una velocità che tiene conto della vostra e della sua grande massa (in una navetta spaziale dove non c'è l'attrito con l'acqua il racconto verrebbe meglio). Appena vi fermate anche il barcone si ferma. Poichè anche in questo caso nel fermarvi applicate una forza sul pavimento a cui il barcone reagisce con una forza uguale e contraria e finisce per fermarsi. Si possono fare anche due semplici conti!!! Magari su di una navetta spaziale!

In sostanza ad ogni nostro passo corrisponde un impulso che ci mette in moto, ma che è controbilanciato da un impulso di senso opposto che mette in movimento il barcone.

E se vi mettete a tirare sassi, preventivamente accumulati sul barcone... in una direzione fissa e con velocità v_0 rispetto al barcone? Che accade?

Purtroppo questo ci fa capire, che se fossimo fermi in un punto dello spazio intergalattico, a qualche decina di metri dalla navetta spaziale, non potremmo ritornare sulla navetta contando solo sulle nostre forze. Potremmo agitarci in mille modi fino a sudare, ma non riusciremo a fare un passo in nessuna direzione, poichè le nostre forze sarebbero in definitiva solo *forze interne* del nostro corpo.

Gli astronauti hanno infatti un motore a razzo per spostarsi intorno alla loro navetta.

La navetta spaziale stessa, si muove nello spazio infinito, con motori a razzo.

Perchè motori a razzo?

Nello spazio intergalattico non è possibile impiegare l'elica per creare movimento poichè non c'è l'aria! Ma si devono usare i motori a razzo che sfruttano il terzo principio per spingere in avanti un aereo mobile.

Nell'interno del razzo, in una camera brucia il carburante che espandendosi violentemente lancia gli atomi del gas di combustione all'esterno con velocità v_g rispetto all'aereo mobile. In un intervallo di tempo Δt si espelle una quantità n di molecole di massa m che corrispondono ad un impulso di $nmv_g = F_g \Delta t$ che viene controbilanciato da una forza $-F_g$ che spinge in avanti la navetta.

Qualche problema!?

gmp