



Fisica _I
Primo semestre

Meccanica

La Dinamica - I

Sommario

Nota introduttiva.....	1
Introduzione al moto.....	2
La forza (visione classica).....	2
Il moto	3
Il primo principio di Newton o principio di inerzia.....	3
Sistemi inerziali.....	4
Implicazioni del principio di inerzia.....	5
La forza ed il moto.....	6
Esperimento con molla e palline.....	6
Misura di una forza	8
La massa.....	9
Il secondo principio di Newton.....	11
Definizione della forza.....	12

Nota introduttiva

La dinamica è quella parte della meccanica che *studia il moto e le eventuali sue cause*.

L'esperienza giornaliera è chiara: ogni oggetto si muove più o meno velocemente nello spazio, con velocità che varia in funzione del tempo sia in intensità che in direzione.

Il moto quindi è uno stato di fatto.

Potremmo quasi dire che *il moto* è (considerando moto, come ci renderemo conto presto, anche lo stato di moto nullo).

Potremmo discuterne per ore!. Ma il fatto è che il nostro compito è costruire un *modello credibile e affidabile* che ci serva per predire (calcolare), fissate le condizioni iniziali, l'evoluzione futura di un sistema meccanico o la storia del suo passato .

(Ricordo: La validità di un modello, viene consolidata o messa in discussione o confutata dal confronto dei valori teorici calcolati con quelli sperimentali. Se coincidono abbiamo un buon modello, altrimenti si inizia un periodo di profonda crisi e critica per cambiare in tutto o in parte il modello.)



Introduzione al moto

Per il momento fermiamoci alla osservazione che un'auto per mettersi in moto ha bisogno di una bella spinta. Di solito è generata dal motore che proprio nell'attimo iniziale consuma un bel po' di benzina! Dopo, il moto si mantiene con uno sforzo minore, visto che i consumi si abbassano. Il sistema, apparentemente semplice, è comunque piuttosto complesso. Nell'analisi del moto di sopra dobbiamo distinguere la 'forza' applicata al mezzo, la presenza della forza di gravità, l'implicazione delle forze che nascono dall'attrito della nostra auto con l'asfalto e anche con l'aria.

Le prime osservazioni sul moto, vista l'infinita varietà di questo, dovevano apparire agli occhi dei nostri avi scienziati, piuttosto complicate!

Lo studio inizia con Aristotele quando sosteneva, in un mondo dominato da quattro elementi (terra, acqua, aria e fuoco) che il moto di un corpo fosse causato dalla necessità degli elementi, di cui era costituito, di muoversi per *raggiungere il proprio posto naturale* (*mediare una posizione compatibile con la sua natura...*), cioè quello assegnato dalla "gerarchia universale". Per lungo tempo si sostenne quindi che il moto veniva causato da una forza e poi mantenuto da questa sino al raggiungimento del suo posto finale: "gli oggetti di terra in basso, quelli di fuoco in alto o comunque in una posizione corrispondente alla materia di cui erano composti". Niente di più falso!

La forza (visione classica)

L'esperienza insegna che tutte le volte che si vuole mettere in movimento un corpo, dobbiamo spingerlo tenacemente; in altri termini, dobbiamo applicare al corpo una *forza* opportuna.

La forza può essere esercitata direttamente da noi sul corpo stesso, o applicata con un sistema particolare come con un motore esterno che con un braccio spinge il corpo, o con un motore interno fa girare le ruote sul terreno (non scivoloso!).

Ricordiamo le *forze elastiche* che nascono quando si tende una molla e la si lascia espandere contro un corpo.

Le *forze vincolari* che mantengono i corpi su traiettorie definite o comunque limitano il moto in alcune direzioni. Per esempio una pallina su di una superficie orizzontale, pur pesando, non penetra nel pavimento, perché? Al punto di contatto la superficie del pavimento si "imbarca" di pochissimo e come un elastico teso esercita una forza sulla pallina (pari al suo peso) e la mantiene al livello del pavimento stesso, ... galleggia!

Se vuoi mettere in movimento un corpo fermo su di un pavimento piano devi fare uno sforzo per vincere l'attrito tra il corpo ed il pavimento. In effetti la scabrosità della superficie crea tanti piccoli punti di aggancio tra il corpo e il pavimento che devono essere rotti con un'opportuna forza per smuovere il corpo. Questa resistenza al moto, che nasce solo come reazione al moto, la immaginiamo come



una forza di contatto tangente alla piano e contraria sempre alla direzione di moto e la chiameremo *forza di attrito*.

Poi ne impareremo ancora....

Ma esistono anche altre forze che scaturiscono dall'ambiente circostante; un corpo può risentire di forze esercitate da un'altro corpo, anche senza un diretto contatto, posto lontano (ricordo l'interazione tra oggetti carichi elettricamente o magneticamente che si respingono o si attraggono sensibilmente quando sono abbastanza vicini).

La forza in definitiva che cosa è?

Noi non abbiamo in genere una percezione diretta di queste forze, solo quando prendiamo in mano un magnete e ci avviciniamo ad un metallo o ad un altro magnete ci accorgiamo ("sentiamo".. "percepiamo".... ma certamente non vediamo!) immediatamente che qualche cosa ci spinge o ci attrae! La nostra mente crea subito uno schema che spiega quella *interazione* con l'esistenza di forze distribuite nei vari punti dello spazio, che sono più intense nelle vicinanze del corpo sorgente e sempre più deboli più lontano si va. Queste sono dette le *forze di campo* in contrasto con le prime che indicheremo con *forze di contatto*.

Un'altra forza che sperimentiamo continuamente, ma che ci dimentichiamo poiché convive con noi, è la forza peso (una forza di campo!), cioè la forza che spiega l'attrazione costante esercitata dalla terra sul nostro corpo.

Spesso useremo la parola *interazione* come sinonimo di forza poiché in definitiva tutte le forze derivano dalla interazione diretta o indiretta delle singole particelle di cui sono composti tutti i corpi. *Anzi uno dei problemi fondamentali dei fisici è ridurre la molteplicità delle interazioni osservabili in natura a poche forze fondamentali.*

In verità la *forza* esprime il *concetto matematico* che descrive l'andamento della interazione in funzione di alcuni parametri, distanza, posizione, tempo....

Il moto

Si doveva aspettare il Galilei che iniziò uno studio sistematico osservando attentamente, fra l'altro, il moto di palline su piani inclinati e/o orizzontali.

Con il piano inclinato egli dimostrò come una pallina sottoposta ad una forza costante (la forza di gravità) si muovesse con una accelerazione costante (legge quadratica nei tempi come vedremo avanti) indipendentemente dalla inclinazione del piano. Ebbe certamente l'accortezza di usare palline pesanti che risentivano poco dell'attrito con la superficie del piano, o con l'aria circostante (allora per lui ineliminabile).

Certo notò anche che la pallina, una volta raggiunto il piano orizzontale, procedeva in linea retta, più o meno con la stessa direzione di prima (a parte un angolo verticale!) e con la velocità raggiunta alla fine del piano inclinato per poi rallentarsi



lentamente fino all'arresto dopo tratti più o meno lunghi dipendenti, a parità di velocità iniziale, dalla qualità della superficie di contatto pallina - piano.

Egli si rese conto (estrapolò idealmente) che sul piano orizzontale non valeva la stessa legge che aveva ipotizzato per il piano inclinato; qui la pallina tendeva a muoversi con velocità costante in una direzione fissa; egli infatti capì che solo a causa dell'attrito la pallina finiva con il fermarsi. I corpi tendevano a mantenere il proprio stato di moto, come se questi avessero una loro *inerzia* (quasi diremmo pigrizia) a cambiare, per proprio conto, cioè senza una causa esterna, il loro stato di moto. Il piano orizzontale, per esempio, era un buon trucco per eliminare l'effetto della gravità ed immaginarsi di essere in uno spazio senza altre forze in gioco.

Quella osservazione, mette in luce la genialità di Galileo, che con i mezzi rozzi dell'epoca, riuscì, nonostante tutti i problemi di attrito strisciante e volvente e le complicazioni derivanti da una perenne presenza dell'aria e della forza di gravità, a capire uno degli elementi basilari della dinamica: *la caratteristica fondamentale del moto di un corpo in assenza totale di stimoli esterni*.

Le sue osservazioni furono sintetizzate, più tardi da un'altro grande osservatore della natura, Isaac Newton (1642, 1727), in un primo postulato.

Il primo principio di Newton o principio di inerzia.

Ogni corpo persevera nel proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme finché non agisce su di esso una qualunque causa esterna.

(**Lex prima:** Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.)

Notiamo che in questo postulato il concetto di forza da cui siamo partiti, non entra nella prima parte del postulato, anzi esso postula il comportamento del corpo proprio nell' assoluta mancanza di forze; è nella seconda parte del postulato che Newton, seguendo l'idea di Galileo, afferma che solo una *causa esterna* può variare il moto inerziale. Questo è un passaggio fondamentale che si discosta infinitamente da Aristotele! Siamo in effetti asserendo che il "moto è", esso è lo stato normale della natura e pertanto non ha una sua causa primaria; quindi la forza non è causa del moto, ma come già si capisce dalle osservazioni di Galileo, *la forza è la causa delle variazioni del moto*.

Certo sulla terra è difficile anche oggi provare quel postulato. Ma siamo nell'epoca dei voli interplanetari! ...e in verità non è difficile, anche per l'uomo comune, pensare ai grandi spazi intergalattici, lontani da ogni influenza.

Là un corpo non può che muoversi in una qualche direzione fissa senza mai cambiarla, visto che non ce ne ragione alcuna! Un corpo nello spazio intergalattico sembra proprio *inerte*, poiché persiste nel suo stato di moto perpetuo rettilineo ed uniforme. Galileo lassù avrebbe avuto vita facile!



Sistemi inerziali

Anzi potremmo già pensare ad un bel sistema di riferimento piazzato su una stella fissa (?) con i suoi bravi assi puntanti in tre direzioni, tra loro ortogonali dello spazio. Con questo sistema potremmo individuare la posizione del corpo navigante in ogni istante per descrivere ai nostri amici il moto ed eventualmente ripeterlo (tutto con la fantasia!!).

Nota:

Se adesso scegliessimo un'altro sistema di riferimento in moto uniforme in una qualche direzione dello spazio rispetto a quello di prima, il movimento del corpo di prima, descritto da questo nuovo sistema, qualitativamente non cambierebbe; descriverebbe sempre un cammino rettilineo percorso a velocità costante anche se apparentemente in direzione diversa.

Immaginate di essere in treno e lanciate sul pavimento una bilia che percorre il vagone da una parte all'altra e poi pensate ad un vostro amico fermo sotto la pensilina della stazione tanto bravo da vedere la vostra bilia correre all'interno del vagone. Il treno non si ferma alla stazione, ma continua a velocità costante nella sua direzione. Ebbene il vostro compagno vedrà una bilia in moto, con diversa intensità e forse anche direzione se la bilia è stata buttata trasversalmente al vagone, *ma in definitiva vedrà ancora una bilia muoversi di velocità costante lungo una retta*. Ma c'è di più, se la pallina è stata lanciata nella direzione opposta al moto del treno e con una velocità pari a quella del treno stesso, il vostro compagno vedrà la pallina ferma rispetto a lui!

Quindi è *relativo* quello che vediamo¹, dipende dal sistema di riferimento su cui ci troviamo, tuttavia deve esserci bene *qualcosa di essenziale che caratterizza almeno alcuni sistemi di riferimento*.

In effetti tutti i sistemi di riferimento che traslano in direzione e velocità costante rispetto al sistema fermo con le "stelle fisse", per fissare le idee quello di prima, sono equivalenti e tutti verranno chiamati *sistemi di riferimento inerziali*, *poichè in tutti vale il principio di inerzia*.

Un sistema che trasla con velocità costante rispetto ad un sistema inerziale è pure esso un sistema inerziale (proprietà transitiva).

Dato che in definitiva noi non sappiamo se il sistema di riferimento con le stelle fisse si stia muovendo o no, se ne deduce che *non esiste un sistema di riferimento assoluto. Tutti i sistemi in moto rettilineo uniforme sono equivalenti. (concetto di relatività galileiana)*

¹ Vedi la descrizione di Galileo del moto nel grande naviglio dal "Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo tolemaico e copernicano" pagina 107.



I nostri sistemi di riferimento casalinghi ben ancorati con la nostra terra, non sono in genere inerziali. In verità la nostra terra ruota attorno al sole e ruota su se stessa. Un sistema di riferimento casalingo risente dei movimenti suddetti, tuttavia se consideriamo piccoli periodi di tempo, il sistema casalingo trasla con buona approssimazione con velocità uniforme rispetto ad un sistema inerziale, per esempio quello fisso rispetto alle stelle fisse.

Questi nostri sistemi casalinghi ci permettono, anche se non con grande precisione di verificare la legge inerziale, purchè si usino alcuni trucchi per eliminare per esempio l'effetto delle cause esterne, come l'attrito e la onnipresenza della forza di gravità.

Implicazioni del principio di inerzia

Accettiamo adesso il principio di inerzia come il *postulato base* che dovrà guidarci nei nostri futuri ragionamenti. Da adesso in poi esso sarà un "assioma" che dovremo rispettare nelle nostre deduzioni future.

Siamo sulla autostrada, fermi al casello e li restiamo per l'eternità se nulla accade, l'auto persiste, come dice il postulato, nel suo stato di quiete (relativo... rispetto al casellante!) a meno che una causa esterna... e voi premete l'acceleratore per imprimere una *forza esterna*. Sono le ruote (che scoperta!) motrici che vi spingono in avanti aggrappandosi al terreno (sfruttano ora proprio la scabrosità dell'asfalto!) e aumentano la velocità dell'auto fino a raggiungere la vostra velocità ottimale di crociera. Adesso rilasciate in parte l'acceleratore, per tenerlo premuto quel tanto che basta per compensare solo le perdite dovute all'attrito con l'aria e con il terreno (attrito causato dalla scabrosità dell'asfalto).

Allora eccoci con la nostra auto, lanciata a 100 km/ora sulla autostrada, e improvvisamente vi accorgete di procedere troppo velocemente, visto che state per arrivare al casello di uscita. Non resta che frenare.. ma che vuol dire? In pratica si bloccano le ruote e sfruttando ancora l'attrito, meglio la forza di attrito sulla strada, si rallenta la corsa fino a fermarsi (adesso la scabrosità ci torna di nuovo utile!).

L'auto per sua natura avrebbe continuato a correre nella sua direzione, esattamente come dice il postulato (a parte una fastidiosa perdita di velocità dovuta all'attrito con l'aria e anche con il terreno, ma prontamente reintegrata dal motore ... poi vedremo), ma noi sappiamo che l'applicazione di una *forza esterna*, può rallentarla fino a fermarla. Ebbene proprio bloccando le ruote aumentiamo così tanto l'attrito con il terreno, che nasce una forza (nota: contraria alla direzione di moto) che altera fortunatamente e opportunamente la velocità dell'auto.

Una nave di grossa stazza quando si avvicina al porto deve fermarsi per attraccare senza far fuori la banchina! La sua inerzia è una cosa immensa, visto che in mare quando procede libera anche se si spengessero i motori, continuerebbe il suo moto rettilineo per chilometri prima di arrestarsi con il solo attrito dell'acqua.



Il capitano che conosce l'inerzia della sua nave prevederà l'arresto con lungo anticipo e perciò impartirà gli ordini per mettere in moto l'uso di eliche poste in senso contrario alla marcia o semplicemente per far invertire la rotazione di quelle esistenti.

Altri fenomeni, anche divertenti, possono illustrare la tendenza di un corpo a mantenere il suo stato di moto; si pensi al gioco del prestigiatore, che, imbandita la tavola di pesanti (!) piatti e bottiglie, con un colpo ben assestato tira via la tovaglia sottostante senza far cadere nulla, anzi mantenendo la posizione relativa delle stoviglie sul tavolo! Perché!

La forza ed il moto.

Il primo postulato, benchè fondamentale, non ci permette di quantificare il moto nè di stabilire una relazione precisa tra moto e forze in gioco.

Galileo ha iniziato una serie di esperienze, quelle sul piano inclinato e sulla caduta dei gravi, che hanno suggerito a Newton di precisare in uno secondo postulato un'altro pezzo importantissimo della dinamica.

Esperimento con molla e palline

Prima di formulare il secondo principio lasciamoci trascinare da una esperienza ideale che mette in luce gli aspetti base delle forze.

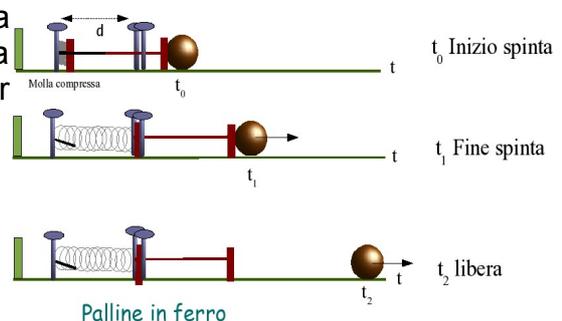
Un oggetto che sicuramente esplica una buona forza sui corpi, è una molla. Ebbene, iniziamo con il progettare un esperimento che metta in gioco questa molla e i corpi con essa in interazione.

La molla, come è noto dalla esperienza di tutti i giorni, ha due capi terminali che a riposo stanno a distanza fissa, diciamo " D_0 ". Un estremo lo fissiamo ad un bel chiodo piantato su di un piano orizzontale ben levigato, l'altro estremo è legato ad un filo che passando all'interno della molla viene opportunamente tirato per mettere la molla in tensione accorciandola al massimo legando il filo al chiodo di prima.

Due chiodi messi a distanza d (molto minore di D_0) dal primo determinano la lunghezza di elongazione massima della molla che, con una opportuna asticella che passa tra i due chiodi, spinge in avanti una pallina di ferro posta giusto in fronte. (vedi fig)

Abbiamo preparato un sistema per lanciare oggetti.... (in pratica il meccanismo di una pistola a molla!) . Il nostro apparato sperimentale è pronto, adesso non ci resta che iniziare con pazienza l'esperimento.

La pallina è inizialmente ferma di fronte alla molla e lì starebbe per l'eternità se nessuna causa esterna intervenisse decisamente per





farle cambiare idea, essa *persevera nel suo stato di quiete* . Ma con un bel paio di forbici, ad un certo istante, si recide il filo che tiene la molla. La molla si stende ed applica per un certo tempo, finchè non raggiunge l'altro estremo, una interazione sulla pallina spingendola con decisione in avanti. Quella interazione che indicheremo con *forza elastica*, è la causa che fa cambiare lo stato di moto della nostra pallina!

Nota: La forza applicata dalla molla alla pallina, purchè si sia scelta una molla abbastanza lunga a riposo, non cambia molto durante l'elongazione d se questa è piccola rispetto alla lunghezza di riposo. Quindi immaginiamo pure che la forza applicata sia praticamente costante. Tuttavia l' esperimentino vale anche in generale come potremmo dimostrare più avanti.

La pallina passa dallo stato di quiete a quello di moto acquistando, alla fine della elongazione della molla, una velocità di fuga ben precisa e nella direzione di elongazione della molla. Il bello è (o meglio, fondamentale è) che il risultato della prova è riproducibile nei tentativi successivi o in esperimenti simili, purchè si usi una molla di pari caratteristiche e contratta come nel nostro caso. Infatti la forza applicata alla pallina dipende dalla configurazione iniziale della molla e non dalla pallina!

Voglio dire, ciascuno di voi potrà fare l'esperimento a casa propria ed ottenere esattamente lo stesso risultato se segue con attenzione la procedura indicata. La riproducibilità di un esperimento è un fatto fondamentale per credere, stabilire ed accettare le leggi della natura postulate proprio in seguito ad osservazioni sperimentali.

Bene armiamoci di matita e foglio (i più ricchi prenderanno un computer) con l'intenzione di scrivere giù una lista di numeri ricavati in ciascuna prova (in gergo tecnico diremo che inizia la *presa dati*).

Prendiamo palline dello stesso materiale, ma di diverso volume, il doppio , o la metà di quello di prima, le poniamo successivamente in fronte alla molla e le lanciamo una dopo l'altra. Scriviamo su di un foglio, per ogni tiro,

- il *volume* della pallina,
- il *tempo* di elongazione della molla e
- la *velocità finale* della pallina misurando il tempo impiegato dalla pallina per percorrere, dopo che è stata lanciata, una lunghezza fissa sul piano dell'esperimento.

In verità occorre un bel cronometro ed una buona prontezza di riflessi per non introdurre errori umani nella misura... ma noi supponiamo di essere bravissimi, oppure impieghiamo sensori elettronici e macchine che alla fine ci presenteranno i risultati su di un display!.



V	t_1-t_0 [s]	Vel. [m/s]	Acc.	V*a
1,0	0,71	7,04	10,00	10,00
2,0	1,00	5,00	5,00	10,00
3,0	1,22	4,08	3,33	10,00
4,0	1,41	3,54	2,50	10,00
5,0	1,58	3,16	2,00	10,00
6,0	1,73	2,89	1,67	10,00
7,0	1,87	2,67	1,43	10,00
8,0	2,00	2,50	1,25	10,00

Esaminiamo questa prima lista di dati, le velocità finali delle palline dello stesso materiale, ma di diverso volume, crescono con il diminuire del volume. Un indice chiaro che *l'inerzia* della nostra pallina è minore se la pallina è più piccola!

Il tempo di elongazione della molla varia pure lui da caso a caso e con una legge che a occhio è opposta a quella della velocità, nel senso che quando la velocità aumenta il tempo di elongazione decresce.

Aggiungiamo allora in una quarta colonna il rapporto tra la variazione della velocità della pallina (cioè la differenza tra la velocità finale e quella iniziale che è nulla) ed il tempo necessario per raggiungerla (ovvero il tempo impiegato dalla molla per allungarsi). Questo rapporto ci dà la variazione della *velocità per unità di tempo* durante la elongazione della molla. Una grandezza che in definitiva ciascuno di noi indica con *accelerazione*.

Ricoprdo: l'accelerazione dimensionalmente corrisponde a $[a]=[v/t] = [L T^{-2}]$ e possiamo definire nel sistema S.I. una *accelerazione unitaria come quella che corrisponde alla variazione della velocità di un metro al secondo in un secondo*.

Infine aggiungiamo una quinta colonna con i numeri derivanti dal prodotto dell'accelerazione (quarta colonna) per il volume ed analizziamo tutte le possibili correlazioni tra i vari dati. Ebbene il primo risultato interessante che si trova è che questo ultimo prodotto è *praticamente costante* entro gli errori di misura! Possiamo sperare che quest'ultimo prodotto corrisponda ad una grandezza importante del nostro esperimento!. Una grandezza che resta costante nelle nostre prove e che sembra legata alla causa generata dalla molla che è costante in ogni prova.



Si scelgono ora una serie di palline costruite con un materiale diverso, magari una lega molto più pesante!. La nuova serie di numeri mostra ancora la quinta colonna *costante* anche se il valore è diverso da quello di prima. In effetti se allineiamo le righe delle due serie di misure in modo da avere le accelerazioni medie uguali, scopriremo allora che i corrispondenti volumi sono in un rapporto costante....c'è da pensare... (il rapporto corrisponde, se ci facciamo caso, al rapporto tra le densità del materiale...)

V	t_1-t_0 [s]	Vel. [m/s]	Acc.	V*a
1,0	1,00	5,00	5,00	5,00
1,5	1,22	4,08	3,33	5,00
2,0	1,41	3,54	2,50	5,00
2,5	1,58	3,16	2,00	5,00
3,0	1,73	2,89	1,67	5,00
3,5	1,87	2,67	1,43	5,00
4,0	2,00	2,50	1,25	5,00

Dunque il volume non è un parametro di riferimento giusto, l' "inerzia" della pallina è un fatto più globale che tiene conto del volume e del materiale!

Continuiamo comunque nella nostra indagine prima di azzardare una ipotesi.

Ora variamo la causa della variazione di moto, cioè la forza; ma ebbene si... non siamo ancora in grado di misurarla!

Misura di una forza

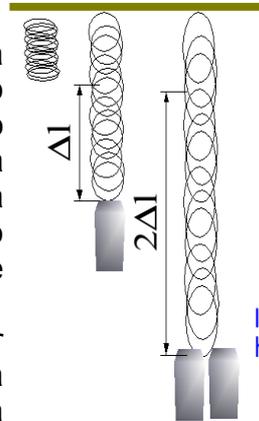
Inventiamoci un sistema meccanico, basato per esempio su di una molla che (anche qui la nostra personale esperienza ci aiuterà) se allungata tende con *forza* a riconquistare la sua lunghezza di riposo. Certamente possiamo immaginare di calibrare l'allungamento per esempio appendendo alla molla alcuni corpi di campione, che sappiamo che lo allungheranno perchè "pesano".

Per esempio una bottiglia con un litro di acqua (che praticamente corrisponde ad un kg di materia) produrrà un allungamento della molla che non mancheremo di marcare con una tacca su di una asta; poi si aggiunge un'altra bottiglia piena d'acqua e annotiamo l'allungamento relativo (vicino al doppio di prima..). La procedura, detta "calibrazione", può continuare fino a che non ci siamo costruiti una tabella abbastanza dettagliata di corrispondenze tra l'allungamento e le forze peso applicate.



Adesso con questa apparecchiatura, che indicheremo come *dinamometro*, possiamo misurare (immaginare come fare!) la forza necessaria per mantenere la molla del nostro meccanismo compressa al punto stabilito in tutte le prove delle esperienze fatte.

Nota che la forza che serve per comprimere la molla della esperienza al punto giusto corrisponde alla forza che poi la molla applica alla pallina nel piccolo tratto di elongazione libera.



Dinamometro
Calibrazione

Δl	Peso
5	165
6	198
7	231
8	264
9	297
10	330
11	363
12	396
13	429

I corpi che provocano la stessa elongazione hanno una proprietà in comune:
====> massa

Poichè ora vogliamo variare la forza della molla, per esempio aumentarla di un fattore due, prima misuriamo la forza già sin qui impiegata e per questo si prende una cordicella lo fissiamo all'estremo libero della molla, si fa passare nel centro della molla e lo leghiamo all'estremo libero del dinamometro che poi allontaneremo, tirandolo, fino a che la molla dell'esperienza non si comprime al punto giusto. Adesso leggiamo sul dinamometro il valore della forza applicata.

Quindi cambiamo la molla, e ne useremo una un pò più rigida in modo che per comprimerla occorra una forza doppia di prima.

Con questa nuova molla ripetiamo gli esperimenti.

I risultati sono quasi scontati; I valori delle accelerazioni sono *sistematicamente doppi rispetto a prima*.

Si cambia di nuovo la molla, usandone una più debole di un fattore due, cioè che genera una forza pari a *metà di quella iniziale*.

Risultato: tutti i valori della accelerazione media per le stesse palline sono *sistematicamente dimezzati!*

Dunque i risultati mostrano una evidente dipendenza delle accelerazioni medie dalla forza esplicata dalla molla, di fatto c'è una *diretta proporzionalità tra la forza applicata (la causa) e l'accelerazione corrispondente*.

Nota: Le forze di attrito che nascono dal contatto tra un corpo e la superficie scabrosa in cui il corpo si muove strisciando o rotolando, sono state ridotte sufficientemente impiegando un piano ben levigato.

La massa

Le osservazioni discusse potrebbero spingerci a formulare ipotesi, tuttavia prima di procedere vediamo se ci sono ovvie correlazioni anche tra le varie palline.



Usiamo per esempio il dinamometro per vedere gli allungamenti generati da ciascuna pallina quando è appesa e le riportiamo nella nuova tabella un cui sono riassunte tutti i dati.

V	t_1-t_0 [s]	Vel. [m/s]	Acc.	$V*a$	Δl (~m)	$\Delta l*a$
1,0	0,71	7,04	10,00	10,00	0,3	3,00
2,0	1,00	5,00	5,00	10,00	0,6	3,00
3,0	1,22	4,08	3,33	10,00	0,9	3,00
4,0	1,41	3,54	2,50	10,00	1,2	3,00
1,0	1,00	5,00	5,00	5,00	0,6	3,00
1,5	1,22	4,08	3,33	5,00	0,9	3,00
2,0	1,41	3,54	2,50	5,00	1,2	3,00
2,5	1,58	3,16	2,00	5,00	1,5	3,00

Quello che appare evidente, riguardando i dati e tenendo conto degli allungamenti Δl generati dalle varie palline, è che le palline di diverso materiale, ma che provocano la *stessa elongazione dell'elastico, acquistano esattamente la stessa accelerazione se eccitate dalla stessa forza.*

Bene ora non occorre più fare tabelle diverse per materiali diversi. Le palline che, pur di diverso materiale e volume, generano lo stesso allungamento quando sono appese al dinamometro, potranno essere catalogate come palline equivalenti poiché sotto la spinta della molla mostrano la stessa "inerzia" al moto. Quindi per classificare l'inerzia delle palline, useremo un parametro comune per tutti i corpi che chiameremo *massa (m)* e che avrà giusto lo stesso valore per i corpi che provocano la stessa "elongazione".

Qui una bella definizione dell'unità di massa :

La massa unitaria nel sistema SI, detto chilogrammo_massa, corrisponde alla massa di un campione di platino iridio di riferimento conservato nel Laboratorio dei Pesi e Misura a Sevres.

OPPURE

Si può usare la definizione atomica, dove un kg corrisponde alla massa di 1000 Na/12 atomi di carbonio-12. (Na numero di Avogadro)

La massa campione di riferimento verrà impiegata quindi per calcolare la massa di ogni altro corpo semplicemente per confronto: *operativamente un corpo ha la*



massa unitaria se appesa al dinamometro allunga la molla del dinamometro esattamente di quanto l'allunga la massa di riferimento di Sevres.

(nota: La misura di sopra, va fatta nello stesso luogo fisico per le masse da confrontare!)

Il nome di chilogrammo_massa deriva dal fatto che il campione scelto di Sevres e' quello che corrisponde se pesato (al livello del mare) proprio ad un chilogrammo_peso.

Ritourneremo più tardi su questo punto.

Continuando nell'analisi delle esperienze vediamo anche che la massa ha la *proprietà additiva*, nel senso che se due corpi hanno massa m_1 e m_2 , il corpo che si ottiene incollandoli insieme si comporta dinamicamente esattamente come un corpo di massa $m=m_1+m_2$.

Il secondo principio di Newton

Prima alcune note:

- La variazione di moto avviene nella direzione di estensione della molla, e quindi nella direzione e senso in cui si esplica la forza stessa.
- Nel nostro esperimentino erano presenti anche altre forze, quella connessa con la "forza peso" della pallina che noi non abbiamo mai preso in considerazione. Abbiamo dimenticato questo aspetto, poichè istruiti da Galileo, abbiamo usato un piano orizzontale sul quale la pallina si appoggia annullando di fatto la forza peso con la controforza verticale di contatto che nasce tra il piano e la pallina (è come se galleggiasse sul piano).;

Il primo punto mette in luce che la relazione esistente tra l'accelerazione e la forza che la genera indica anche la direzione ed il senso.

La seconda chiarisce che quello che conta è la forza "netta" che agisce sulla pallina per generare una sua variazione di moto. Quelle forze che si annullano a vicenda, anche se magari tentano di schiacciare o allungare il corpo, non riescono a creare una qualsiasi variazione di moto. D'altra parte pensate al *gioco del ponte* o *al tiro della fune*, giochi in cui due squadre si confrontano premendo un carrello sul ponte o tirando una fune con tutta la loro forza. Finchè la forza globale dei contendenti di destra bilancia esattamente quella di sinistra nulla si muove, invece il carrello o la fune cominciano a muoversi appena una parte cede un pò ... e poi perde la gara.



In conclusione e finalmente, possiamo scrivere una relazione tra la forza applicata¹, la massa e l'accelerazione che descrive in sintesi tutte le nostre osservazioni;

$$1) \quad \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

dove \mathbf{F} e \mathbf{a} sono stati scritti in neretto per ricordare che, sia la forza che l'accelerazione in effetti sono grandezze "vettoriali" e cioè tengono conto non solo della intensità, ma anche della direzione e del senso in cui si esplicano. Vedremo (o vedrete) prossimamente meglio la definizione di grandezza vettoriale.

Newton sintetizzò la relazione di sopra in un secondo principio.

L'accelerazione di un punto materiale è direttamente proporzionale alla forza risultante agente su di esso ed inversamente proporzionale alla massa del punto materiale ed ha la stessa direzione della forza.

(**Lex secunda:** mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae et fieri secundum lineam rectam qua vis imprimetur.)

Ricordando che l'accelerazione è il rapporto tra la variazione della velocità e il tempo impiegato per la variazione stessa e che al limite corrisponde alla derivata $d\mathbf{v}/dt$ si può scrivere:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

si definisce $\vec{q} = m\vec{v}$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{q}}{dt}$$

e introducendo una notazione professionale
che indentifica l'operazione derivata con un semplice punto

$$\vec{F} = \dot{\vec{q}}$$

per m costante le due forme indicate sono equivalenti, ma per massa variabile nel tempo (si pensi ad un missile con carburante che si consuma) la seconda forma è quella corretta poichè riflette correttamente le osservazioni di Galileo e Newton.

¹La forza che descrive matematicamente l'interazione tra i corpi



Ricordando inoltre che \mathbf{v} è la derivata dello spazio rispetto al tempo, si può anche scrivere

$$\vec{F} = m \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2}$$

oppure

$$\vec{F} = \vec{R}$$

che apprezzeremo meglio nel seguito.

Con queste premesse, supponiamo per ora di lavorare solo in una dimensione, la relazione diventa

$$F = m \frac{dv_x}{dt} = m \frac{d^2 x}{dt^2} = m \ddot{x}$$

Definizione della forza

Dalla formula $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ si ricava anche una definizione operativa della forza:

La forza unitaria ha una intensità tale che se applicata ad un punto materiale di massa unitaria, 1 Kg massa, lo accelera di un metro al secondo per secondo.

Detta forza si chiama Newton ed è indicata con N.